I.E.S. TIERRA ESTELLA **MATEMÁTICAS 1º BACH "A-B-C"**

Aritmética y Álgebra **20/10/2015** **NOTA**

Nombre:

1.-

a) Una de las propiedades de los radicales la podemos expresar como: $\sqrt[n\cdot p]{a^p} = \sqrt[n]{a}$, algunos, incluso, le llaman propiedad fundamental. Se te pide:

a$_1$) Expresa con palabras dicha propiedad.

Si multiplicamos y/o dividimos el índice de la raíz y el exponente del radicando por un mismo número obtenemos una raíz equivalente a la propuesta.

a$_2$) Demuéstrala basándote en el hecho de que una raíz se puede expresar como potencia.

$$\sqrt[n\cdot p]{a^p} = \left(a^p\right)^{\frac{1}{n\cdot p}} = a^{\frac{p}{n\cdot p}} = a^{\frac{1}{p}} = \sqrt[p]{a}$$

b) Racionalízala, opera y simplifica el resultado de las siguientes expresiones:

b$_1$) $$\frac{x\cdot y}{\sqrt[3]{x^2\cdot y}} = \frac{x\cdot y}{\sqrt[3]{x^2\cdot y}}\cdot\frac{\sqrt[3]{x\cdot y^2}}{\sqrt[3]{x\cdot y^2}} = \frac{x\cdot y\cdot\sqrt[3]{x\cdot y^2}}{x\cdot y} = \sqrt[3]{x\cdot y^2}$$

b$_2$) $$\frac{h}{\sqrt{x^2+h}-x} = \frac{h}{\sqrt{x^2+h}-x}\cdot\frac{\sqrt{x^2+h}+x}{\sqrt{x^2+h}+x} = \frac{h\cdot\left(\sqrt{x^2+h}+x\right)}{x^2+h-x^2} = \sqrt{x^2+h}+x$$

2.- Dada la siguiente potencia: $\left(\sqrt[5]{b^{x^2-3}} - \frac{1}{a^{3x-2}}\right)^m$. Se te pide:

a) ¿Cuántos términos tendrá el desarrollo completo?. Determina, sin operar, la expresión que corresponde al término que ocuparía la posición "***p***" en su desarrollo correspondiente.

El desarrollo tendrá $m+1$ términos

El que ocupe la posición "p" tendrá la siguiente forma: $\binom{n}{p-1}\cdot\left(\sqrt[5]{b^{x^2-3}}\right)^{n-p+1}\cdot\left(\frac{-1}{a^{3x-2}}\right)^{p-1}$

b) Si $a = 2$, $b = 8$ y $m = 9$. Obtén el valor, totalmente operado y simplificado, del término **5º** de dicho desarrollo.

Nuestra potencia quedará: $\left(\sqrt[5]{8^{x^2-3}} - \dfrac{1}{2^{3x-2}}\right)^9 = \left(\sqrt[5]{\left(2^3\right)^{x^2-3}} - \dfrac{1}{2^{3x-2}}\right) = \left(2^{\frac{3x^2-9}{5}} - 2^{2-3x}\right)^9$

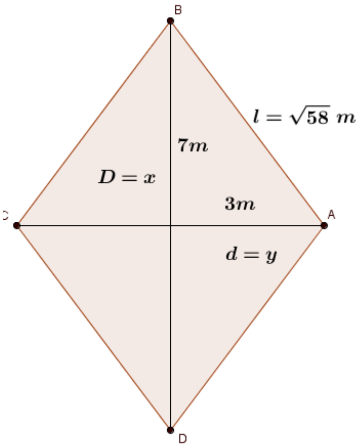
El 5º Término será: $\boxed{\dbinom{9}{4}\cdot\left(2^{\frac{3x^2-9}{5}}\right)^5 \cdot \left(-2^{2-3x}\right)^4 = +\dfrac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot 2^{3x^2-9}\cdot 2^{8-12x} = 126\cdot 2^{3x^2-12x-1}}$

c) Si dicho término responde a la expresión: $126\cdot 2^{3x^2-12x-1}$, determina el valor que deberá tomar "x" para que valga 63.

$$126\cdot 2^{3x^2-12x-1} = 63 \to 2^{3x^2-12x-1} = \frac{63}{126} \to 2^{3x^2-12x-1} = 2^{-1} \to 3x^2 12x - 1 = -1 \to$$

$$\to 3x^2 - 12x = 0 \to x(3x-12) = \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \dfrac{12}{3} = 4 \end{cases}$$

3.- Una habitación tiene forma de rombo. Si la suma de sus dos diagonales es de 20 m. y su superficie es de 42 m^2. Halla lo que miden las diagonales y posteriormente el valor exacto de sus lados.



$$Llamemos: \begin{cases} x \to Diagonal\ mayor \\ y \to diagonal\ menor \end{cases} \xrightarrow{Sistema} \begin{cases} x + y = 20 \to x = 20 - y \\ \dfrac{x\cdot y}{2} = 42 \xrightarrow{*} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{*} \frac{(20-y)\cdot y}{2} = 42 \to 20y - y^2 = 84 \to y^2 - 20y + 84 = 0 \to$$

$$\to y = \frac{20 \pm \sqrt{400-336}}{2} = \frac{20 \pm 8}{2} = \begin{cases} y_1 = \dfrac{20+8}{2} = 14m \to NO\ * \\ y_1 = \dfrac{20-8}{2} = 6m \to x = 20 - 6 = 14m \end{cases}$$

* Se trata de calcular la menor y en este caso es la mayor.

$$\boxed{l = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{49+9} = \sqrt{58}m.}$$

4.- Resuelve El siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 2 \cdot Log\ x + Log\ y = 2 \\ \sqrt{x^2 \cdot y - 36} - y = 4 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2 \cdot Log\ x + Log\ y = 2 \rightarrow Log\left(x^2 \cdot y\right) = Log\ 100 \rightarrow x^2 \cdot y = 100 \\ \sqrt{x^2 \cdot y - 36} - y = 4 \rightarrow \sqrt{100 - 36} = 4 + y \rightarrow \sqrt{64} = 4 + y \rightarrow \end{cases}$$

$$\rightarrow 8 = 4 + y \rightarrow y = 4 \xrightarrow{x = \pm\sqrt{\frac{100}{y}}} x = \pm\sqrt{\frac{100}{4}} = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

Comprobación 1ª solución: $x = 5, \quad y = 4$

La solución es válida en la ecuación de logaritmos porque parecen únicamente logaritmos de números positivos.

$\sqrt{x^2 \cdot y - 36} - y = 4 \rightarrow \sqrt{5^2 \cdot 4 - 36} - 4 = 8 - 4 = 4$ por lo tanto es válida.

Comprobación 2ª solución: $x = -5, \quad y = 4$

La solución NO es válida en la ecuación de logaritmos porque aparecen logaritmos de números negativos.

En la irracional ya no hace falta probar.

5.- Resuelve la inecuación: $\dfrac{x^3-4x^2+5x+3}{x+3}\le 1$

$$\frac{x^3-4x^2+5x+3}{x+3}\le 1 \xrightarrow{Arreglamos} \frac{x^3-4x^2+5x+3}{x+3}-1\le 0\rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{x^3-4x^2+5x+3-x-3}{x+3}\le 0\rightarrow \frac{x^3-4x^2+4x}{x+3}\le 0$$

Localizamos las raíces del NUMERADOR (Puntos críticos).

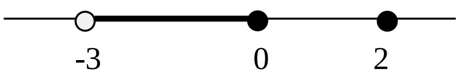
$$x^3-4x^2+4x\rightarrow x\cdot\left(x^2-4x+4\right)=0\rightarrow x\cdot(x-2)^2=0\begin{cases}x=0\\ \\ x=2 \text{ doble}\end{cases}\rightarrow$$

Ambos rellenos por estar el símbolo igual en la inecuación.

Localizamos las raíces del DENOMINADOR (Puntos críticos).

$x+3=0\rightarrow x=-3$ Punto hueco al anular el denominador

La inecuación a comprobar será : $\dfrac{x\cdot(x-2)^2}{x+3}\le 0$



$$(-\infty,-3)\xrightarrow{x=-10}\frac{-\cdot+}{-}=+>0\rightarrow No\_Cumple$$

$$(-3,0)\xrightarrow{x=-1}\frac{-\cdot+}{+}=-<0\rightarrow Si\_Cumple$$

$$(0\ ,\ 2)\xrightarrow{x=1}\frac{+\cdot+}{+}=+>0\ NO\_Cumple$$

$$(2,\infty)\xrightarrow{x=10}\frac{+\cdot+}{+}=+>0\ NO\_Cumple$$

La solución será: $SOL:\quad (-3,0]\cup\{2\}$