I.E.S. TIERRA ESTELLA **MATEMÁTICAS 1º BACH "A-B-C"**

Global 1ª Evaluación **20/11/2015** **NOTA**

Nombre:

1.- Resuelve uno de los apartados que se te proponen.

1.1.-

a) Determina el termino 4º del siguiente desarrollo, operado y simplificado: $\left(\dfrac{\sqrt[3]{2^x}}{8}-\dfrac{8}{\sqrt[3]{2^x}}\right)^7$.

$$\xrightarrow{4^{o}\ Tér\min o}\binom{7}{3}\cdot\left(\frac{\sqrt[3]{2^x}}{8}\right)^4\cdot\left(\frac{-8}{\sqrt[3]{2^x}}\right)^3=\frac{-7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{2^{\frac{4x}{3}}}{8^4}\cdot\frac{8^3}{2^x}=\frac{-35}{2^3}\cdot 2^{\frac{4x}{3}-x}=-35\cdot 2^{\frac{x-9}{3}}$$

b) Determina el valor que deberá tomar " x " para que dicho término valga -35 .

$$-35\cdot 2^{\frac{x-9}{3}}=-35\to 2^{\frac{x-9}{3}}=1\to 2^{\frac{x-9}{3}}=2^0\to\frac{x-9}{3}=0\to x-9=0\to x=9$$

1.2.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases}Log_5 x=2\,Log_5 y-1\\ y-\sqrt{2x-1}=2\end{cases}$

$$\begin{cases}Log_5 x=2\,Log_5 y-1\to Log_5 x=Log_5 y^2-Log_5 5\to Log_5 x=Log_5\dfrac{y^2}{5}\to x=\dfrac{y^2}{5}\\ y-\sqrt{2x-1}=2\to y-2=\sqrt{2x-1}\xrightarrow{al\ cuadrado}y^2-4y+4=2x-1\to x=\dfrac{y^2-4y+5}{2}\end{cases}\xrightarrow{Igualación}$$

$$\xrightarrow{Igualación}\frac{y^2}{5}=\frac{y^2-4y+5}{2}\to 2y^2=5y^2-20y+25\to 3y^2-20y+25=0\to$$

$$\to y=\frac{20\pm\sqrt{400-300}}{6}=\frac{20\pm 10}{6}=\begin{cases}y_1=5\to x_1=\dfrac{25}{5}=5\\[2ex] y_2=\dfrac{5}{3}\to x_2=\dfrac{25/9}{5}=\dfrac{5}{9}\end{cases}$$

Comprobación:

1ª Solución: $x=5,\ y=5$

En la ecuación de logaritmos es válida aparecen logaritmos de números positivos.

En la irracional: $5-\sqrt{10-1}=5-3=2\to Válida$

2ª Solución: $x=\dfrac{5}{9},\ y=\dfrac{5}{3}$

En la ecuación de logaritmos es válida aparecen logaritmos de números positivos.

En la irracional: $\dfrac{5}{3}-\sqrt{\dfrac{10}{9}-1}=\dfrac{5}{3}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{3}\neq 2\to NO\_Válida$

2.- Resuelve la siguiente inecuación: $\dfrac{x^4-2x^3+2x^2}{x+3} \le 0$.

Buscamos los puntos críticos (cambio de signo):

Numerador:

$$x^4-2x^3+2x^2=0 \to x^2\cdot\left(x^2-2x+2\right)=0 \to \begin{cases} x=0 \\ \\ x^2-2x+2=0 \to \nexists \end{cases} \to \text{Re llenos}$$

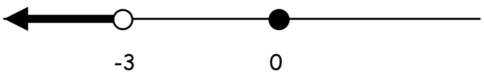
$$x^2-2x+2=0 \to x=\frac{2\pm\sqrt{4-8}}{2} \to \nexists$$

Denominador:

$$x+3=0 \to x=-3 \to \text{Hueco}$$

La inecuación queda: $\dfrac{x^2\left(x^2-2x+2\right)}{x+3} \le 0$

$$(-\infty,\,-3) \xrightarrow{x=-10} \frac{+\cdot+}{-} = - \to \text{Cierto}$$



$$(-3,\,0) \xrightarrow{x=-1} \frac{+\cdot+}{+} = + \to \text{Falso}$$

$$(0,\,\infty) \xrightarrow{x=10} \frac{+\cdot+}{+} = + \to \text{Falso}$$

Solución: $(-\infty,\,-3)\cup\{0\}$

3.- Se sabe que $Tan\ \alpha=-\sqrt{5}$ y que $\alpha \notin cuadrante\ 4^o$. Se te pide:

a) Localiza, de forma razonada el cuadrante en el que se encuentra dicho ángulo, y los signos de resto de sus razones trigonométricas. Determina, sin usar la calculadora (el valor exacto), el valor del resto de sus razones trigonométrica.

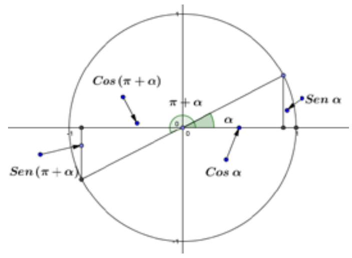
Si la tangente es negativa puede estar en el 2º o en el 4º cuadrante, como el enunciado indica que no puede estar en el 4º, estará en el 2º, es decir: $\alpha \in 2^o \begin{cases} Sen\ \alpha > 0 \\ \\ Cos\ \alpha < 0 \end{cases}$

$$Tan\ \alpha=-\sqrt{5} \to \frac{Sen\ \alpha}{Cos\ \alpha}=-\sqrt{5} \to Sen\ \alpha=-\sqrt{5}\cdot Cos\ \alpha \to Sen\ \alpha=-\sqrt{5}\cdot\left(\frac{-\sqrt{6}}{6}\right)=+\frac{\sqrt{30}}{6}$$

$$Sen^2\alpha+Cos^2\alpha=1 \to \left(-\sqrt{5}\cdot Cos\ \alpha\right)^2+Cos^2\alpha=1 \to 5\cdot Cos^2\alpha+Cos^2\alpha=1 \to 6\cdot Cos^2\alpha=1 \to$$

$$\to Cos^2\alpha=\frac{1}{6} \to Cos\ \alpha=-\sqrt{\frac{1}{6}} \to Cos\ \alpha=\frac{-\sqrt{6}}{6}$$

b) Con los valores hallados en el apartado anterior, determina el valor exacto de:



b₁) $Cos\ (\pi + \alpha) = -Cos\ \alpha = -\left(\dfrac{-\sqrt{6}}{6}\right) = \dfrac{+\sqrt{6}}{6}$

b₂)

$$Tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{Tan\ \alpha - Tan\ \frac{\pi}{4}}{1 + Tan\ \alpha \cdot Tan\ \frac{\pi}{4}} = \frac{-\sqrt{5} - 1}{1 + \left(-\sqrt{5}\right)\cdot 1} = \frac{-\sqrt{5} - 1}{1 - \sqrt{5}} = \frac{-\sqrt{5} - 1}{1 - \sqrt{5}} \cdot \frac{1 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}} =$$

$$= \frac{-\left(5 + 2\sqrt{5} + 1\right)}{1 - 5} = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

c) Utilizando la calculadora determina el valor de α y exprésalo en grados sexagesimales y en radianes.

$$Tan\ \alpha = -\sqrt{5} \xrightarrow{Calculadora} \alpha = -65{,}91^o + 360 = 294{,}01^o = \frac{294{,}01}{180}\pi\ rad = 1{,}6\overline{3}\,\pi\ r.$$

4.-

a) Demuestra la siguiente identidad: $Cos\ 3\alpha - Cos\ \alpha - Sen\ 2\alpha = -Sen\ 2\alpha \cdot \left(2 \cdot Sen\ \alpha + 1\right)$

$$Cos\ 3\alpha - Cos\ \alpha - Sen\ 2\alpha = -2 \cdot Sen\frac{3\alpha + \alpha}{2} \cdot Sen\frac{3\alpha - \alpha}{2} - Sen\ 2\alpha =$$

$$= -2 \cdot Sen\ 2\alpha \cdot Sen\ \alpha - Sen\ 2\alpha = -Sen\ 2\alpha \cdot \left(2 \cdot Sen\ \alpha + 1\right)$$

b) Teniendo en cuenta la identidad, resuelve la ecuación trigonométrica,

$$Cos\ 3x - Cos\ x - Sen\ 2x = 0$$

(Resuelve la parte derecha de la identidad) dando todas las soluciones y expresándolas en grados y radianes:

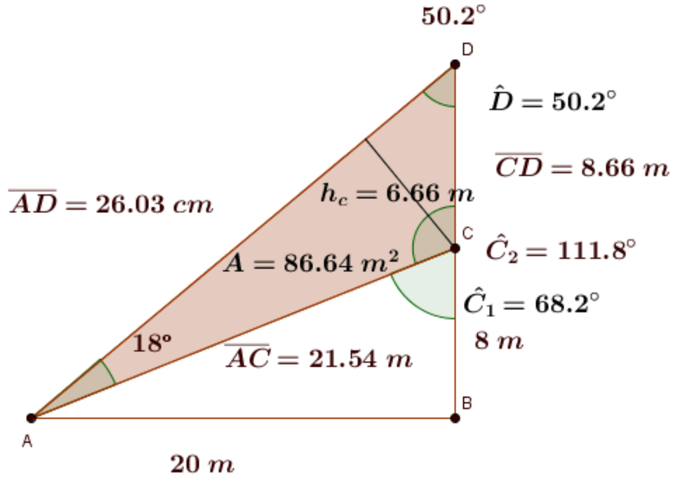
$$.Cos\ 3x - Cos\ x - Sen\ 2x = 0 \rightarrow -Sen\ 2x \cdot \left(2 \cdot Sen\ x + 1\right) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} Sen\ 2x = 0 \xrightarrow{*} \begin{cases} 2x = 0 + 360k = 0 + 2\pi K \\ 2x = 180 + 360k = 180 + 2\pi K \end{cases} \xrightarrow{*} \\ 2 \cdot Sen\ x + 1 = 0 \longrightarrow Sen\ x = \dfrac{-1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 210 + 360k = \dfrac{7\pi}{6} + 2\pi k \\ x = 330 + 360k = \dfrac{11\pi}{6} + 2\pi k \end{cases} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{*} 2x = 0 + 180k = 0 + \pi k \rightarrow x = 0 + 90k = 0 + \frac{\pi}{2}k$$

5.- En la figura adjunta, se te pide:

a) Resolver el triángulo ACD



En el triángulo rectángulo ABC:

$$Tan\ \hat{C}_1 = \frac{20}{8} \to \hat{C}_1 = 68{,}2^o$$

$$\overline{AC} = \sqrt{8^2 + 20^2} = 21{,}54$$

En el Triángulo ACD:

$$\hat{C}_2 = 180^o - 68{,}2^o = 111{,}8^o \to$$

$$\to \hat{D} = 180 - (111{,}8 + 18) = 50{,}2^o$$

Aplicando el teorema del seno, tendremos:

$$\frac{\overline{CD}}{Sen\ 18} = \frac{21{,}54}{Sen\ 50{,}2} = \frac{\overline{AD}}{Sen\ 111{,}8} \to \begin{cases} \overline{CD} = \dfrac{21{,}54 \cdot Sen\ 18}{Sen\ 50{,}2} = 8{,}66m \\ \overline{AD} = \dfrac{21{,}54 \cdot Sen\ 111{,}8}{Sen\ 50{,}2} = 26{,}03m \end{cases}$$

b) Calcula su superficie de dicho triángulo, determinando la altura trazada desde el vértice *C*.

$$\text{En el triángulo ACD: } \begin{cases} Sen\ 18 = \dfrac{h_c}{21{,}54} \to h_c = 21{,}54 \cdot Sen\ 18 = 6{,}66m \\ A = \dfrac{26{,}03 \cdot 6{,}66}{2} = 86{,}64\ m^2 \end{cases}$$