I.E.S. TIERRA ESTELLA MATEMÁTICAS 1º BACH "A" y "B"
Suficiencia Junio 2014 15/06/2016 NOTA

Nombre:

1ª EVALUACIÓN

1.1.-

a) Racionaliza y simplifica la expresión:

$$2 \cdot \frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} - \sqrt{32} + 3\sqrt{18} - 5\sqrt{48} = 2 \cdot \frac{3-2\sqrt{3}+1}{2} - 4\sqrt{2} + 9\sqrt{2} - 20\sqrt{3} = 4 + 5\sqrt{2} - 22\sqrt{3}$$

$$\frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} = \frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} \cdot \frac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} = \frac{9-6\sqrt{3}+3}{9-3} = \frac{9-6\sqrt{3}+3}{6} = \frac{3-2\sqrt{3}+1}{2} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2-\sqrt{3}$$

b) Halla el término 4º, simplificado al máximo, correspondiente al desarrollo de $\left(3\sqrt{x} - \frac{1}{2\cdot\sqrt[3]{x^2}}\right)^5$ y determina el valor de " x " para que dicho término valga $\frac{-5}{4}$.

$$\left(3\sqrt{x} - \frac{1}{2\cdot\sqrt[3]{x^2}}\right)^5 \xrightarrow{\text{Tér min o 3º}} \binom{5}{3} \cdot \left(3\sqrt{x}\right)^{5-3} \cdot \left(-\frac{1}{2\cdot\sqrt[3]{x^2}}\right)^3 = -\frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 1} \cdot 9 \cdot x \cdot \frac{1}{8x^2} = -\frac{45}{4x} \to$$

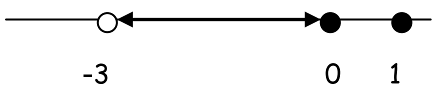
$$-\frac{45}{4x} = \frac{-5}{4} \to x = \frac{-45\cdot 4}{-4\cdot 5} \to x = 9$$

1.2.-

a) Resuelve la inecuación: $\frac{x^3-2x^2+x}{x+3} \le 0$. Hallamos las raíces del numerador y del denominador:

$$\begin{cases} x^3 - 2x^2 + x = 0 \to x\cdot\left(x^2-2x+1\right) = 0 \to x\cdot(x-1)^2 = 0 \to \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \to x = 1 \end{cases} \\ x + 3 = 0 \to x = -3 (Hueco) \end{cases}$$

$$\frac{x^3-2x^2+x}{x+3} \le 0 \to \frac{x\cdot(x-1)^2}{x+3} \le 0$$



$$\left.\begin{array}{l} (-\infty, -3) \xrightarrow{-10} \frac{-\cdot +}{-} = + > 0 \to NO \\ (-3, 0) \xrightarrow{-1} \frac{-\cdot +}{+} = - < 0 \to SI \\ (0, 1) \xrightarrow{0'5} \frac{+\cdot +}{+} = + > 0 \to NO \\ (1, \infty) \xrightarrow{10} \frac{+\cdot +}{+} = + > 0 \to NO \end{array}\right\} \to Sol : (-3, 0] \cup \{1\}$$

b) Resuelve y comprueba la solución entera del sistema: $\begin{cases} Log\ (2x-2) - Log\ (8-y) = 0 \\ \sqrt{x+y} + 4 = x \end{cases}$

$$\begin{cases} Log\ (2x-2) - Log\ (8-y) = 0 \to Log\ \dfrac{2x-2}{8-y} = Log\ 1 \to 2x-2 = 8-y \to y = 10-2x \\ \sqrt{x+y} + 4 = x \to \left(\sqrt{x+y}\right) = (x-4)^2 \to x+y = x^2 - 8x + 16 \to y = x^2 - 9x + 16 \end{cases} \xrightarrow{Igualación}$$

$$\xrightarrow{Igualación} 10 - 2x = x^2 - 9x + 16 \to x^2 - 7x + 6 = 0 \to x = \frac{+7 \pm \sqrt{49-24}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2} =$$

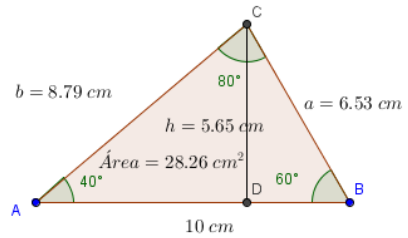
$$= \begin{cases} x_1 = \dfrac{7+5}{2} = 6 \to y_1 = 10 - 2 \cdot 6 = -2 \\ x_2 = \dfrac{7-5}{2} = 1 \to y_2 = 10 - 2 \cdot 1 = 8 \end{cases}$$

Con la 1 solución aparecen logaritmos de números positivos, únicamente habrá que probar en la irracional.

$$\sqrt{x+y} + 4 = x \xrightarrow{x=6,\ y=-2} \sqrt{6-2} + 4 = 6 \to 6 = 6 \to \begin{cases} x = 6 \\ y = -2 \end{cases} \to Sol.Válida$$

En la ecuación logarítmica la 2ª solución no vale porque aparecen logaritmos de 0 y no existen.

1.3.- De un triángulo se conocen el valor de lado c = 10 cm y los ángulos $\hat{A} = 40^o$ y $\hat{B} = 60^o$, Se te pide:



a) Resuelve le triángulo calculando los elementos del triángulo que faltan.

$$\hat{C} = 180 - (40 + 60) = 80^o$$

$$T.Seno: \frac{a}{Sen\ \hat{A}} = \frac{b}{Sen\ \hat{B}} = \frac{c}{Sen\ \hat{C}} \to \frac{a}{Sen\ 40} = \frac{b}{Sen\ 60} = \frac{10}{Sen\ 80} \to \begin{cases} a = \dfrac{10 \cdot Sen\ 40}{Sen\ 80} = 6'53\ cm \\ b = \dfrac{10 \cdot Sen\ 60}{Sen\ 80} = 8'79\ cm \end{cases}$$

b) Calcula el área de dicho triángulo.

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 5'65}{2} = 28'25\ cm^2$$

$$Sen\ 40 = \frac{h}{8'79} \to h = 8'79 \cdot Sen\ 40 = 5'65\ cm$$

1.4.-

a) Sabiendo que $Cos\ \alpha = \dfrac{-\sqrt{3}}{5}$ y que $Sen\ \alpha < 0$. Ssin usar la calculadora, determina el resto de las razones trigonométricas del ángulo, situando previamente el ángulo en su cuadrante. Usando la calculadora determina el ángulo y exprésalo en grados y radianes.

$$\left.\begin{array}{l} Cos\ \alpha = \dfrac{-\sqrt{3}}{5} < 0 \rightarrow \alpha \in 2^o\ o\ 3^o \\ Sen\ \alpha < 0 \rightarrow \alpha \in 3^o\ o\ 4^o \end{array}\right\} \rightarrow \alpha \in 3^o \rightarrow Tan\ \alpha > 0$$

$$Cos\ \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{5} \rightarrow Sen^2\alpha + \left(\frac{-\sqrt{3}}{5}\right)^2 = 1 \rightarrow Sen^2\alpha + \frac{3}{25} = 1 \rightarrow Sen^2\alpha = 1 - \frac{3}{25} \rightarrow$$

$$\rightarrow Sen^2\alpha = \frac{22}{25} \rightarrow Sen\ \alpha = -\sqrt{\frac{22}{25}} = \frac{-\sqrt{22}}{5}$$

$$Tan\ \alpha = \frac{Sen\ \alpha}{Cos\ \alpha} = \frac{\frac{-\sqrt{22}}{5}}{\frac{-\sqrt{3}}{5}} = \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{66}}{3}$$

$$Cos\ \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{5} \xrightarrow{Caluladora} 110'27^o \notin 3^o \rightarrow \alpha = 180 + (180 - 110'27) = 249'73^o =$$

$$= \frac{249'73}{180} \cdot \pi\ rad = 1'39 \cdot \pi\ Rad.$$

b) Resuelve la ecuación:

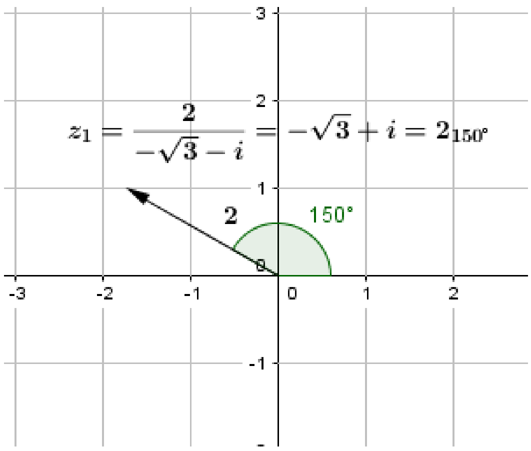
$$Sen^2 x + Cos\ x = 1 \rightarrow 1 - Cos^2 x + Cos\ x = 1 \rightarrow Cos\ x \cdot (-Cos\ x + 1) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} Cos\ x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 90^o + 360^o\ k = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi k\ rad \\ x = 270^o + 360^o\ k = \dfrac{3\pi}{2} + 2\pi k\ rad \end{cases} \rightarrow x = 90^o + 180^o\ k = \dfrac{\pi}{2} + \pi k\ rad \\ -Cos\ x + 1 = 0 \rightarrow Cos\ x = 1 \rightarrow x = 0^o + 360^o\ k = 0 + 2\pi k\ rad. \end{cases}$$

2ª EVALUACIÓN

2.1.- El número complejo $z_1 = \dfrac{2}{-\sqrt{3} - i}$, es una de las raíces de una ecuación de 2º grado con coeficientes reales. Se te pide:

a) Expresa z_1 en forma binómica y polar. Represéntalo gráficamente.



$$z_1 = \frac{4}{-\sqrt{3} - i} = \frac{4}{-\sqrt{3} - i}\,\frac{-\sqrt{3} + i}{-\sqrt{3} + i} = \frac{4 \cdot \left(-\sqrt{3} + i\right)}{3 + 1} =$$

$$= -\sqrt{3} + i \to\to \begin{cases} |z_1| = \sqrt{\left(-\sqrt{3}\right)^2 + (1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ Tan\ \alpha = \dfrac{1}{-\sqrt{3}} \to \alpha = -30^o \xrightarrow{NO} \\ \to \alpha = -30 + 180 = 150^o \end{cases}$$

$\to z_1 = 2_{150^o}$

b) Si dicha solución es: $z_1 = -\sqrt{3} + i$, obtén la ecuación de 2º grado a la que le corresponde dicha solución. Si dicha ecuación fuera $z^2 + 2\sqrt{3} \cdot x + 4 = 0$ comprueba que dicha ecuación tiene esas soluciones.

La otra solución será la conjugada, es decir: $z_2 = -\sqrt{3} - i$

La ecuación será:

$$(z - z_1) \cdot (z - z_2) = 0 \to \left[z - \left(-\sqrt{3} + i\right)\right] \cdot \left[z - \left(-\sqrt{3} - i\right)\right] = 0 \to$$

$$\to \left[\left(z + \sqrt{3}\right) - i\right] \cdot \left[\left(z + \sqrt{3}\right) + i\right] = 0 \to \left(z + \sqrt{3}\right)^2 - (i)^2 = 0 \to$$

$$\to z^2 + 2\sqrt{3} \cdot x + 3 - i^2 = 0 \to z^2 + 2\sqrt{3} \cdot x + 4 = 0$$

$$z^2 + 2\sqrt{3} \cdot x + 4 = 0 \to z = \frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{12 - 16}}{2} = \frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{-4}}{2} = \frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1}}{2} =$$

$$= -\sqrt{3} \pm i$$

2.2.- Dados los vectores $\vec{u}\ (3, -2)$ y $\vec{v}\ (1, 2)$. Se te pide:

a) Determina el ángulo que forman dichos vectores.

$$Cos\ \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{3 \cdot 1 + (-2) \cdot 2}{\sqrt{3^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{-1}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{5}} \to \alpha = 97'13^o$$

b) Expresa el vector $\vec{w}(-2,\ 4)$ como combinación lineal de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$. Indica el significado de los valores hallados.

$$\vec{w}(-2,\ 4) = a\cdot\vec{u}(3,\ -2) + b\cdot\vec{v}(1,\ 2) \rightarrow \begin{cases} -2 = 3a + b \rightarrow b = -2 - 3a \xrightarrow{a=-1} b = 1 \\ 4 = -2a + 2b \xrightarrow{b=-2-3a} 4 = -2a + 2(-2 - 3a) \rightarrow \end{cases}$$

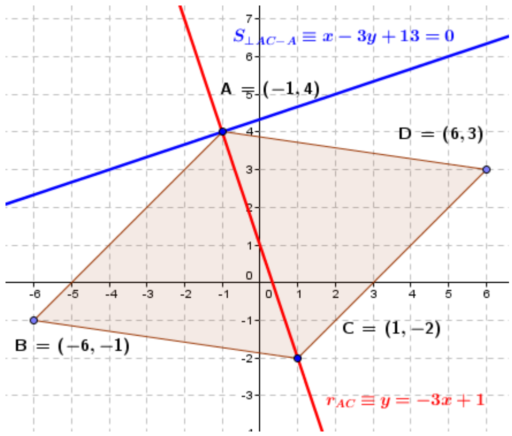
$$4 = -2a - 4 - 6a \rightarrow 8a = -8 \rightarrow a = -1$$

Dichos valores serán las componentes del vector $\vec{w}$ en la base $B = \{\vec{u}, \vec{v}\}$, es decir: $\vec{w}(-1,\ 1)$ en dicha base $B = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

c) Determina las componentes de un vector unitario (Módulo unidad) que tenga la misma dirección, sentido opuesto al vector $\vec{v}$.

$$\vec{v}\ (1,\ 2) \rightarrow \vec{p} = \frac{-\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{(-1,\ -2)}{\sqrt{5}} = \left(\frac{-1}{\sqrt{5}},\ \frac{-2}{\sqrt{5}}\right)$$

2.3.- Los puntos $A(-1,\ 4)$, $B(-6,\ -1)$ y $C(1,\ -2)$ son tres de los vértices de un rombo. (puedes ayudarte del plano adjunto):



a) Determina las coordenadas del vértice D de dicho rombo.

Sea: $D(a,\ b)$

Se debe cumplir: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \begin{cases} \overrightarrow{AB}(-5,\ -5) \\ \overrightarrow{DC}(1 - a,\ -2 - b) \end{cases} \rightarrow$

$$\begin{cases} -5 = 1 - a \rightarrow a = 6 \\ -5 = -2 - b \rightarrow b = 3 \end{cases} \rightarrow D(6,\ 3)$$

b) Determina la ecuación de la recta que contiene a la diagonal que pasa por los vértices A y C.

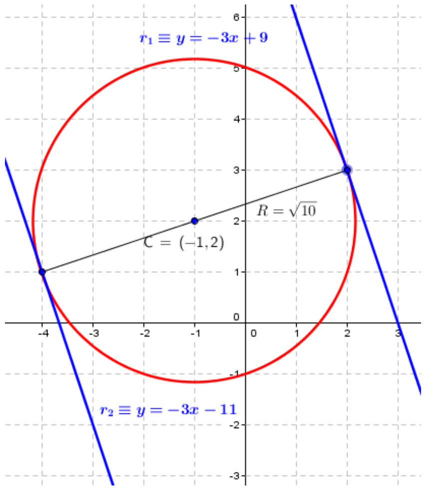
$$r_{AC}\begin{cases} \overrightarrow{AC}(2,\ -6) \approx (1,\ -3) \rightarrow m_{r_{AB}} = \dfrac{-3}{1} = -3 \\ A(-1, 4) \end{cases} \rightarrow y = 4 - 3\cdot(x + 1) \rightarrow y = -3x + 1$$

c) Determina la ecuación de la recta perpendicular trazada desde el vértice A al lado AC.

$$s\begin{cases} \perp AC \rightarrow m_{r_{AC}} = -3 \rightarrow m_{\perp AC-A} = \dfrac{1}{3} \\ A(-1, 4) \end{cases} \rightarrow y = 4 + \frac{1}{3}\cdot(x + 1) \rightarrow 3y = 12 + x + 1 \rightarrow x - 3y + 13 = 0$$

2.4.- La ecuación general de una circunferencia viene dada por la expresión: $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$.
Se te pide:

a) Obtén su ecuación reducida e identifícala. Indica sus elementos y realiza un esbozo de la misma.



$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(x^2 + 2x + \ldots\ldots\right) + \left(y^2 - 4y + \ldots\ldots\right) = 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(x^2 + 2x + 1^2\right) + \left(y^2 - 4y + 2^2\right) = 5 + 1^2 + 2^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 10$$

Se trata de una circunferencia: $\begin{cases} Centro(-1,\ 2) \\ Radio = \sqrt{10} \end{cases}$

b) Determina el valor de "k" para que la recta $r \equiv y = -3x + K$ sea tangente a la cónica anterior.

Debe cumplirse que la distancia de la recta al centro tiene que ser igual al radio, es decir:

$$d(r,\ C) = R \rightarrow \sqrt{10} = \frac{|3 \cdot (-1) + 2 - k|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} \rightarrow \pm 10 = k - 1 \rightarrow \begin{cases} 10 = -k - 1 \rightarrow k = -11 \\ -10 = -k - 1 \rightarrow k = 9 \end{cases}$$

$$r \equiv 3x + y - k = 0 \xrightarrow{Solución} \begin{cases} r_1 \equiv y = -3x - 11 \\ r_2 \equiv y = -3x + 9 \end{cases}$$

$$C(-1,\ 2)$$

3ª EVALUACIÓN. ANÁLISIS

3.1.-

a) Dada la función $y = 3 + |x + 4|$, determina la función a trozos que le corresponde. E indica su dominio.

Busquemos los puntos críticos: $x + 4 = 0 \rightarrow x = -4$

-4

$$\left.\begin{array}{l} (-\infty,\, -4) \xrightarrow{x=-10} x + 4 < 0 \rightarrow |x + 4| = -x - 4 \rightarrow y = 3 - x - 4 \rightarrow y = -x - 1 \\ (-4,\, \infty) \xrightarrow{x=+10} x + 4 > 0 \rightarrow |x + 4| = x + 4 \rightarrow y = 3 + x + 4 \rightarrow y = x + 7 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$y = \begin{cases} -x - 1 & si\ x < -4 \rightarrow (-\infty,\, -4) \\ & \\ x + 7 & si\ x \geq 4 \rightarrow [-4,\, \infty) \end{cases} \rightarrow D = \Re = (-\infty,\, \infty)$$

b) Dada la función $y = e^{2x-3}$, Determina su función inversa/recíproca y comprueba que la función obtenida es efectivamente la inversa/recíproca de la propuesta para x=4 es decir que . $y \circ y^{-1}(4) = 4$)

$$y = e^{2x-3} \rightarrow y^{-1} = \frac{Ln\ x + 3}{2}$$

$\downarrow x \leftrightarrow y$

$x = e^{2y-3}$

$Ln\ x = 2y - 3$

$$y = \frac{Ln\ x + 3}{2}$$

Se deberá cumplir : $y \circ y^{-1}(4) = 4$

$$y \circ y^{-1}(4) = y\left(\frac{Ln\ 4 + 3}{2}\right) = e^{2 \cdot \frac{Ln\ 4+3}{2} - 3} = e^{Ln\ 4} = 4$$

$$A = e^{Ln\ 4} \rightarrow Ln\ A = Ln\ 4 \cdot Ln\ e \rightarrow Ln\ A = Ln\ 4 \rightarrow A = 4$$

3.2.- Calcula:

a) La función derivada correspondiente a la función: $y = [Cos\ (3x - 2)]^{\frac{e^{2x}}{1+x^2}}$. Aplica la derivación logarítmica.

$$y = [Cos\ (3x - 2)]^{\frac{e^{2x}}{1+x^2}} \rightarrow$$

$$\rightarrow y' = [Cos\ (3x - 2)]^{\frac{e^{2x}}{1+x^2}} \cdot \frac{e^{2x}}{1 + x^2}\left\{\frac{2 \cdot (x^2 - x + 1)}{1 + x^2} Ln[Cos\ (3x - 2)] - Tan(3x - 2)\right\}$$

$\downarrow$ *Logaritmos*

$$Ln\ y = \frac{e^{2x}}{1 + x^2} \cdot Ln[Cos\ (3x - 2)]$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{e^{2x} \cdot 2 \cdot (1 + x^2) - e^{2x} \cdot 2x}{(1 + x^2)^2} \cdot Ln[Cos\ (3x - 2)] + \frac{e^{2x}}{1 + x^2} \cdot \frac{-Sen(3x - 2) \cdot 3}{Cos(3x - 2)} \rightarrow$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{e^{2x}}{1 + x^2}\left\{\frac{2 \cdot (x^2 - x + 1)}{1 + x^2} Ln[Cos\ (3x - 2)] - 3 \bullet Tan(3x - 2)\right\}$$

b) El siguiente límite: $\lim_{x\to\infty}\left(2-\dfrac{1+x}{x-3}\right)^{\frac{x^2-2x}{3x-4}}$. Interpreta geométricamente el resultado

$$\lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{1+x}{x-3}\right)^{\frac{x^2-2x}{3x-4}} = e^{\lim_{x\to\infty}\left[\frac{-4x^2+8x}{3x^2-13x+12}\right]} = e^{\frac{-4}{3}} \to A.H.\ y = e^{\frac{-4}{3}}$$

$\downarrow$ *R.G.*

$$\left[2-\frac{\infty}{\infty}\right]^{\frac{\infty}{\infty}} = (2-1)^{\infty} \xrightarrow{IND} 1^{\infty} \to N^o\ e$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{1+x}{x-3}\right)^{\frac{x^2-2x}{3x-4}} = e^{\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^2-2x}{3x-4}\cdot\left(2-\frac{1+x}{x-3}-1\right)\right]} = e^{\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^2-2x}{3x-4}\cdot\left(\frac{x-3-1-x}{x-3}\right)\right]} = e^{\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^2-2x}{3x-4}\cdot\left(\frac{-4}{x-3}\right)\right]} =$$

$$= e^{\lim_{x\to\infty}\left[\frac{-4x^2+8x}{3x^2-13x+12}\right]}$$

3.3.- Dada la función $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & si\quad x\le -1 \\ \dfrac{4-x^2}{x-m} & si\quad x>-1\end{cases}$. Se te pide:

a) Escribe la condición para que la función sea continua en $x=-1$. y aplícala para determinar el valor de "m" para que sea continua en ese punto. ¿Qué ocurrirá para cualquier otro valor?.

$$f(x)\ continua\ en\ x=-1 \Leftrightarrow f(-1)=\lim_{x\to -1} f(x)$$

$$\left.\begin{array}{l} f(-1)=(-1)^2+2\cdot(-1)=1-2=-1 \\ \\ \lim_{x\to -1} f(x) = \begin{cases} \lim_{x\to -1^-}(x^2+2x) = -1 \\ \lim_{x\to 1^+}\dfrac{4-x^2}{x-m} = \dfrac{4-1}{-1-m} = \dfrac{3}{-1-m} \end{cases} \to -1 = \dfrac{3}{-1-m} \to 1+m=3 \to m=2 \end{array}\right\} \to$$

$\to$ *Para* $\quad m=2 \to f(x)\ continua\ en\ x=-1$

Para $m\ne 2$, la función será discontinua en $x=-1$ inevitable de salto finito porque los límites laterales serán distintos

b) Para $m=2$. Estudia su dominio, continuidad y clasifica las distintas discontinuidades que localices.

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x & si\quad x\le -1 \to D(-\infty,-1] \\ \dfrac{4-x^2}{x-2} & si\quad x>-1 \to x-2\ne 0 \to x\ne 2 \to D(-1,2)\cup(2,\infty) \end{cases} \to D=\Re-\{2\}$$

Habrá que estudiar la continuidad en: $x = 2$

Se deberá cumplir: $f(x)$ *continua en* $x = 2 \Leftrightarrow f(2) = \lim_{x\to 2} f(x)$

$$\left.\begin{array}{l} f(2) = \frac{4-2^2}{2-2} = \frac{0}{0} \Longrightarrow \not\exists f(2) \\ \\ \lim_{x\to 2} \frac{4-x^2}{x-2} = \lim_{x\to 2}(-2-x) = -4 \end{array}\right\} \to D.Evitable\_Punto\_Hueco \quad (2,-4)$$

$$R.G. \to \frac{0}{0} \to \frac{4-x^2}{x-2} = \frac{(2-x)\cdot(2+x)}{x-2} = -2-x$$

3.4.- Dada la función $y = \frac{(x-2)^2}{(x+2)^2} = \frac{x^2-4x+4}{x^2+4x+4}$, cuya primera derivada es: $y' = \frac{8x-16}{(x+2)^3}$, y su segunda derivada es: $y'' = \frac{-16x+64}{(x+2)^4}$ Se te pide: . Dominio y cortes con ejes(*3p*), sus asíntotas (y posición)(*8p*), Monotonías, crecimientos-extremos(*8p*) y curvatura-puntos de inflexión(*8p*). Realiza un esbozo de la gráfica(*3p*).

Dominio: $y = \frac{(x-2)^2}{(x+2)^2}$, al ser función racional el dominio será todos los valores salvo los que anulen el denominador, es decir:

$$(x+2)^2 \neq 0 \to x+2 \neq 0 \to x \neq -2 \to D = \Re - \{-2\}$$

Cortes ejes:

Abscisas: $y = 0 \to 0 = \frac{(x-2)^2}{(x+2)^2} \to x-2 = 0 \to x = 2 \to (2, 0)$.

Ordenadas: $x = 0 \to y = \frac{(0-2)^2}{(0+2)^2} = \frac{4}{4} = 1 \to (0, 1)$.

Asíntotas:

Verticales: si las hay las habrá en: $(x+2)^2 = 0 \to x = -2$.

$$\text{En } x = -2 \to \lim_{x\to -2} \frac{(x-2)^2}{(x+2)^2} = \left[\frac{16}{0}\right] = \pm\infty \xrightarrow{Posición} \begin{cases} \lim_{x\to -2^-} \frac{(x-2)^2}{(x+2)^2} = \frac{+}{+}\infty = +\infty \\ \lim_{x\to -2^+} \frac{(x-2)^2}{(x+2)^2} = \frac{+}{+}\infty = +\infty \end{cases}$$

En $x = -2$ hay A.V

Horizontal:

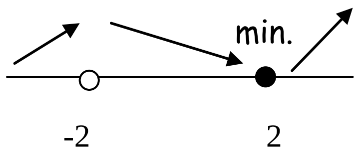
$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-4x+4}{x^2+4x+4} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \xrightarrow{GN=GD} \frac{1}{1} = 1 \xrightarrow{Posición}$$

$$\xrightarrow{Posición} \begin{cases} \lim_{x\to -\infty}\left(\frac{x^2-4x+4}{x^2+4x+4} - 1\right) = \lim_{x\to -\infty}\left(\frac{x^2-4x+4-x^2-4x-4}{x^2+4x+4}\right) = \lim_{x\to -\infty} \frac{-8x}{x^2+4x+4} = \frac{+}{+}0 = 0^+ \\ \\ \lim_{x\to\infty} \frac{-8x}{x^2+4x+4} = \frac{-}{+}0 = 0^- \to Por\_Debajo \end{cases}$$

En $y = 1$ hay A.H.

Monotonía: Habrá que estudiar el signo de la 1ª derivada.

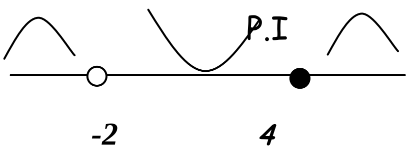
$$y' = \frac{8x - 16}{(x+2)^3} \to 8x - 16 = 0 \to x = 2 \to P.\ M - m$$



$$\left.\begin{array}{l} (-\infty, -2) \xrightarrow{x=-10} y' = \frac{-}{-} > 0 \to Crece \\ (-2, 2) \xrightarrow{x=0} y' = \frac{-}{+} < 0 \to Decrece \\ (2, \infty) \xrightarrow{x=10} y' = \frac{+}{+} > 0 \to Crece \end{array}\right\} \to \text{En } x = 2 \to y = 0 \text{ Hay un mínimo } (2, 0)$$

Curvatura: Habrá que estudiar el signo de la 2ª derivada.

$$y'' = \frac{-16x + 64}{(x+2)^4} \to -16x + 64 = 0 \to x = 4 \to P.PI$$



$$\left.\begin{array}{l} (-\infty, -2) \xrightarrow{x=-10} y'' = \frac{-}{+} < 0 \to \cap \\ (-2, 4) \xrightarrow{0} y'' = \frac{+}{+} > 0 \to \cup \\ (4, \infty) \xrightarrow{x=10} y' = \frac{-}{+} < 0 \to \cap \end{array}\right\}$$

$$x = 4 \to y = \frac{(4-2)^2}{(4+2)^2} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \to PI\left(4, \frac{1}{9}\right)$$