Autoevaluación

Página 100

1 **Explica si es verdadera o falsa cada una de estas frases:**

a) Todo número decimal se puede expresar como fracción.

b) La suma de dos números irracionales es irracional.

c) Hay números irracionales que no son reales.

d) El producto de dos números irracionales puede ser un número racional.

a) Falsa. Los números decimales no periódicos no se pueden poner como fracción.

b) Falsa: $\pi + (-\pi) = 0 \in \mathbb{Q}$

c) Falsa. Los números reales contienen a los números racionales y también a los irracionales.

d) Verdadera: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$

2 **Dados los intervalos $A = [1, 6)$ y $B = (-2, 5]$, expresa como intervalo $A \cup B$ y $A \cap B$.**

$A \cup B = (-2, 6)$; $A \cap B = [1, 5]$

3 **Efectúa las siguientes operaciones y simplifica:**

a) $\sqrt{a^3} - 2a\sqrt[4]{a^2} + 3a\sqrt[6]{a^3} - \sqrt[8]{a^{12}}$

b) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - 1)$

c) $\dfrac{\sqrt{98} - \sqrt{18}}{\sqrt{96}} \cdot 30\sqrt{3}$

d) $\dfrac{5}{\sqrt{6}} + \dfrac{2}{\sqrt{6} + 3\sqrt{2}} - \dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

a) $a\sqrt{a} - 2a\sqrt{a} + 3a\sqrt{a} - a\sqrt{a} = a\sqrt{a}$

b) $\sqrt{12} - \sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

c) $\dfrac{7\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{4\sqrt{6}} \cdot 30\sqrt{3} = \dfrac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{6}} \cdot 30\sqrt{3} = \dfrac{30\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 30$

d) $$\frac{5}{\sqrt{6}} + \frac{2(\sqrt{6} - 3\sqrt{2})}{(\sqrt{6})^2 - (3\sqrt{2})^2} - \frac{4\sqrt{2}\sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{2\sqrt{6} - 6\sqrt{2}}{12} - \frac{4\sqrt{6}}{3} =$$

$$= \frac{5\sqrt{6}}{6} - \frac{\sqrt{6} - 3\sqrt{2}}{6} - \frac{4\sqrt{6}}{3} = \frac{5\sqrt{6} - \sqrt{6} + 3\sqrt{2} - 8\sqrt{6}}{6} = \frac{3\sqrt{2} - 4\sqrt{6}}{6}$$

4 **Expresa el resultado de la siguiente operación con tres cifras significativas y da una cota del error absoluto y otra del error relativo cometido:**

$$(5 \cdot 10^{-18})(3{,}52 \cdot 10^{15}) : (-2{,}18 \cdot 10^{-7})^2$$

$3{,}70 \cdot 10^{11}$

$|\text{Error absoluto}| < 0{,}005 \cdot 10^{11} = 5 \cdot 10^{8}$

$|\text{Error relativo}| < \dfrac{5 \cdot 10^8}{3{,}70 \cdot 10^{11}} = 1{,}35 \cdot 10^{-3}$

5 **Si $\log k = -1{,}3$ calcula el valor de estas expresiones:**

a) $\log k^3$

b) $\log \frac{1}{k}$

c) $\log \frac{k}{100}$

a) $\log k^3 = 3 \log k = 3(-1{,}3) = -3{,}9$

b) $\log \frac{1}{k} = \log 1 - \log k = 0 - (-1{,}3) = 1{,}3$

c) $\log \frac{k}{100} = \log k - \log 100 = -1{,}3 - 2 = -3{,}3$

6 **Calcula x aplicando la definición de logaritmo:**

a) $\log_2 \sqrt{x} = -1$

b) $\ln \frac{3}{x} = -\frac{1}{2}$

a) $\log_2 \sqrt{x} = -1 \rightarrow 2^{-1} = \sqrt{x} \rightarrow x = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

b) $\ln \frac{3}{x} = -\frac{1}{2} \rightarrow e^{-1/2} = \frac{3}{x} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{e}} = \frac{3}{x} \rightarrow x = 3\sqrt{e}$

7 **Escribe los valores que puede tomar x para que sean válidas las siguientes expresiones:**

a) $|x^2 - 3| = 1$

b) $|5 - x| < 2$

a) $|x^2 - 3| = 1 \begin{cases} x^2 - 3 = 1 \rightarrow x^2 = 4 \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \\ x^2 - 3 = -1 \rightarrow x^2 = 2 \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases} \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 2;\ x_2 = -2;\ x_3 = \sqrt{2};\ x_4 = -\sqrt{2}$

b) $|5 - x| = 2 \begin{cases} 5 - x = 2 \rightarrow x = 3 \\ 5 - x = -2 \rightarrow x = 7 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 3;\ x_2 = 7$

8 **Escribe el cuarto término del desarrollo de $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{3}{x}\right)^8$.**

El cuarto término del desarrollo de $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{3}{x}\right)^8$ es:

$$\binom{8}{3}\left(\frac{x^2}{2}\right)^5\left(\frac{-3}{x}\right)^3 = \frac{8!}{5!\,3!}\,\frac{x^{10}}{2^5}\,\frac{(-3)^3}{x^3} = 56x^7\left(\frac{-27}{32}\right) = -\frac{189}{4}x^7$$

9 **Calcula el término general de cada una de estas sucesiones; halla después la suma de los 20 primeros términos y, si es posible, calcula la suma de sus infinitos términos:**

a) $\frac{13}{4}, 2, \frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{7}{4}\ldots$

b) **8, 18, 32, 50, 72…**

c) $\sqrt{512}, 16, \sqrt{128}, 8, \sqrt{32}\ldots$

d) $18, -6, 2, -\frac{2}{3}, \frac{2}{9}\ldots$

a) Progresión aritmética de diferencia $d = -\frac{5}{4}$.

$$a_n = \frac{13}{4} + (n-1)\left(-\frac{5}{4}\right) \qquad a_{20} = \frac{13}{4} + (19)\left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{41}{2}$$

$$S_{20} = \frac{\frac{13}{4} + \left(-\frac{41}{2}\right)}{2} \cdot 20 = -\frac{345}{2}$$

b) No es progresión.

$$b_n = 2(n+1)^2$$

Usamos la fórmula de la suma de los cuadrados de los n primeros números naturales.

Para la suma que nos piden, tenemos que sumar desde 2^2 hasta $(n+1)^2$. Para eso, sumamos los cuadrados de los $n+1$ primeros números naturales y le restamos 1^2.

$$S_{20} = 2\left(\frac{(20+1)\cdot(20+2)\cdot(2\cdot 21+1)}{6} - 1\right)$$

$$S_{20} = 2\left(\frac{21\cdot 22\cdot 43}{6} - 1\right) = 6\,620$$

c) Progresión geométrica de razón $r = \sqrt{2}$.

$$c_n = \sqrt{512}\,(\sqrt{2})^{n-1} = \sqrt{2^9}\,(\sqrt{2})^{n-1} = \sqrt{2^{n+8}}$$

$$c_1 = \sqrt{512}$$

$$c_{20} = \sqrt{2^{28}}$$

$$S_{20} = \frac{\sqrt{2^{28}}\cdot\sqrt{2} - \sqrt{512}}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2^{29}} - \sqrt{2^9}}{\sqrt{2}-1} = \frac{16\,384\sqrt{2} - 16\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 16\,368\sqrt{2} + 32\,736$$

d) Progresión geométrica de razón $r = -\frac{1}{3}$.

$$d_n = 18\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$d_{20} = 18\left(-\frac{1}{3}\right)^{19} = -\frac{2}{129\,140\,163}$$

$$S_{20} = \frac{-\frac{2}{129\,140\,163}\cdot -\frac{1}{3} - 18}{-\frac{1}{3} - 1} = \frac{1\,743\,392\,200}{129\,140\,163}$$

$$S_\infty = \frac{18}{1+\frac{1}{3}} = \frac{27}{2}$$

10 **Calcula la suma de los doce primeros términos de una progresión aritmética con $a_3 = 24$ y $a_2 + a_{11} = 41$.**

Expresamos las condiciones mediante un sistema de ecuaciones para calcular el término general de la sucesión:

$$\begin{cases} a_3 = a_2 + d \\ a_{11} = a_3 + 8d \\ a_2 + a_{11} = 41 \end{cases} \to \begin{cases} 24 = a_2 + d \\ a_{11} = 24 + 8d \\ a_2 + a_{11} = 41 \end{cases} \to [d = -1,\ a_2 = 25,\ a_{11} = 16]$$

$a_1 = 26$

$a_n = 26 + (n-1)(-1) = 27 - n$

$S_{12} = \dfrac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12$

$a_{12} = 27 - 12 = 15$

$S_{12} = \dfrac{26 + 15}{2} \cdot 12 = 246$

11 **Si al comienzo de cada año ingresamos 500 € en un banco al 4 % anual, ¿cuánto dinero tendremos al final del quinto año?**

1.er año	2.º año	3.er año	4.º año	5.º año		Capital
500	⟶	⟶	⟶	⟶	⟶	$500 \cdot 1{,}04^5$
	500	⟶	⟶	⟶	⟶	$500 \cdot 1{,}04^4$
		500	⟶	⟶	⟶	$500 \cdot 1{,}04^3$
			500	⟶	⟶	$500 \cdot 1{,}04^2$
				500	⟶	$500 \cdot 1{,}04$

El capital disponible al final del 5.º año es la suma de los 5 primeros términos de una progresión geométrica con $a_1 = 500 \cdot 1{,}04$ y razón $r = 1{,}04$:

$$S = \frac{a_5 r - a_1}{r - 1} = \frac{500 \cdot 1{,}04^5 \cdot 1{,}04 - 500 \cdot 1{,}04}{1{,}04 - 1} = 2\,816{,}49 \text{ €}$$

12 **Estudia el comportamiento de las siguientes sucesiones para términos avanzados e indica su límite:**

$a_n = \dfrac{3}{n^2}$ $\qquad b_n = 5 - \dfrac{1}{n}$ $\qquad c_n = \dfrac{n^2 + 1}{n}$

$d_n = \dfrac{4n - 5}{2n + 1}$ $\qquad e_n = \dfrac{3n^2 - 2n}{4 - 2n^2}$ $\qquad f_n = \dfrac{(-1)^n \cdot 2n^3}{4n^3 + 3n^2}$

$a_n = \dfrac{3}{n^2};\ a_{100} = 0{,}0003;\ a_{1\,000} = 0{,}000003$ $\qquad lím\ \dfrac{3}{n^2} = 0$

$b_n = 5 - \dfrac{1}{n};\ b_{100} = 4{,}99;\ b_{1\,000} = 4{,}999$ $\qquad lím\ 5 - \dfrac{1}{n} = 5$

$c_n = \dfrac{n^2 + 1}{n};\ c_{100} = 100{,}01;\ c_{1\,000} = 1\,000{,}01$ $\qquad lím\ \dfrac{n^2 + 1}{n} = +\infty$

$d_n = \dfrac{4n - 5}{2n + 1};\ d_{100} = 1{,}965;\ d_{1\,000} = 1{,}997$ $\qquad lím\ \dfrac{4n - 5}{2n + 1} = 2$

$e_n = \dfrac{3n^2 - 2n}{4 - 2n^2};\ e_{1\,000} = -1{,}499$ $\qquad lím\ \dfrac{3n^2 - 2n}{4 - 2n^2} = -\dfrac{3}{2}$

$f_n = \dfrac{(-1)^n \cdot 2n^3}{4n^3 + 3n^2}$; $f_{1\,000} = 0,49963$; $f_{1\,001} = -0,49963$

Los términos pares se acercan a $\frac{1}{2}$ y los impares a $-\frac{1}{2}$, luego no tiene límite.

13 Simplifica la expresión del término general de la siguiente sucesión e indica su límite:

$$a_n = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \ldots + \frac{n}{n^2}$$

Suma de 1, 2, 3, …, n es $S_n = \dfrac{1+n}{2} \cdot n = \dfrac{n+n^2}{2}$

$$a_n = \frac{\frac{n+n^2}{2}}{n^2} = \frac{n+n^2}{2n^2} \rightarrow lím\ \frac{n+n^2}{2n^2} = \frac{1}{2}$$

14 Simplifica:

a) $\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-1}$

b) $\dfrac{x^5+2x^4+2x^3+x^2}{x^5+3x^4+4x^3+3x^2+x}$

a) $\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-1} = \dfrac{(x+2)(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \dfrac{x+2}{x-1}$

b) $\dfrac{x^5+2x^4+2x^3+x^2}{x^5+3x^4+4x^3+3x^2+x} = \dfrac{x^2(x+1)(x^2+x+1)}{x(x^2+x+1)(x+1)^2} = \dfrac{x}{x+1}$

15 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(x+4)^2 - 7 = (2x+3)^2 + 2x$

b) $8x^6 - 7x^3 - 1 = 0$

c) $\sqrt{3-2x} + \sqrt{1-x} = 5$

d) $3x^5 - 4x^4 - 5x^3 + 2x^2 = 0$

a) $x^2 + 16 + 8x - 7 = 4x^2 + 9 + 12x + 2x$

$3x^2 + 6x = 0 \rightarrow 3x(x+2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 0$, $x_2 = -2$

b) $8x^6 - 7x^3 - 1 = 0$. Hacemos el cambio de variable $x^3 = y$.

$8y^2 - 7y - 1 = 0 \rightarrow y = \dfrac{7 \pm \sqrt{49+32}}{16} = \dfrac{7 \pm 9}{16} = \begin{cases} y = 1 \\ y = -1/8 \end{cases}$

$y = 1 \rightarrow x = 1$

$y = -\dfrac{1}{8} \rightarrow x = -\dfrac{1}{2}$

Soluciones: $x_1 = 1$, $x_2 = -\dfrac{1}{2}$

c) $\sqrt{3-2x} + \sqrt{1-x} = 5 \rightarrow \sqrt{3-2x} = 5 - \sqrt{1-x} \rightarrow$

$\rightarrow 3 - 2x = (5 - \sqrt{1-x})^2 \rightarrow 3 - 2x = 26 - 10\sqrt{1-x} - x \rightarrow$

$\rightarrow 10\sqrt{1-x} = x + 23 \rightarrow 100(1-x) = (x+23)^2 \rightarrow$

$\rightarrow 100 - 100x = x^2 + 46x + 529 \rightarrow x^2 + 146x + 429 = 0 \rightarrow x = -3;\ x = -143$ no válida

Solución: $x = -3$

d) $3x^5 - 4x^4 - 5x^3 + 2x^2 = x^2(3x^3 - 4x^2 - 5x + 2) =$

$= x^2(x+1)(x-2)(3x-1)$

Soluciones: $x_1 = 0$; $x_2 = -1$; $x_3 = 2$; $x_4 = \dfrac{1}{3}$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 3 & -4 & -5 & 2 \\
-1 & & -3 & 7 & -2 \\
\hline
 & 3 & -7 & 2 & \boxed{0} \\
2 & & 6 & -2 & \\
\hline
 & 3 & -1 & \boxed{0} &
\end{array}$$

16 Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ xy + x = 0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + 1 > 3 \\ 2x - 1 \le 9 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x + y = 3 \\ xy + x = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to \ y = 3 - x \\ \to \ x(3 - x) + x = 0 \ \to \ 3x - x^2 + x = 0 \end{array}$

$-x^2 + 4x = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \ \to \ y_1 = 3 \\ x_2 = 4 \ \to \ y_2 = -1 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 0, \ y_1 = 3; \ x_2 = 4, \ y_2 = -1$

b) $\left.\begin{array}{l} x + 1 > 3 \\ 2x - 1 \le 9 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to \ x > 2 \\ \to \ 2x \le 10 \ \to \ x \le 15 \end{array}$

Soluciones: $x \in (2, 5]$

17 Opera y simplifica: $\left(\dfrac{x^2 - 4}{x + 1} : \dfrac{x^2 + 2x}{x^3 - x} \right) - (x^2 - 3x)$

$$\left(\frac{x^2 - 4}{x + 1} : \frac{x^2 + 2x}{x^3 - x} \right) - (x^2 - 3x) = \frac{(x^2 - 4)\,(x^3 - x)}{(x + 1)\,(x^2 + 2x)} - (x^2 - 3x) =$$

$$= \frac{(x + 2)\,(x - 2)\,x(x + 1)\,(x - 1)}{(x + 1)\,x(x + 2)} - (x^2 - 3x) = (x - 2)\,(x - 1) - (x^2 - 3x) = x^2 - 3x + 2 - x^2 + 3x = 2$$

18 Resuelve:

a) $\dfrac{7 - x}{x^2 + 4x + 4} + \dfrac{x}{x + 2} = 1$

b) $\dfrac{1}{\sqrt{2x + 6}} = \dfrac{3 + x}{\sqrt{5 - 11x}}$

c) $3^{x^2 - 2} = 1/3$

d) $4^{2x} - 2 \cdot 4^{x + 1} + 16 = 0$

e) $\log (x + 1) = 1 + \log x$

f) $\ln \sqrt{x} + 1 = \ln x$

a) $\dfrac{7 - x}{(x + 2)^2} + \dfrac{x}{x + 2} = 1 \ \to \ \dfrac{7 - x + x(x + 2)}{(x + 2)^2} = 1 \ \to$

$\to \ 7 - x + x^2 + 2x = x^2 + 4x + 4 \ \to \ 3x - 3 = 0 \ \to \ x = 1$

Solución: $x = 1$

b) $\dfrac{1}{\sqrt{2x + 6}} = \dfrac{3 + x}{\sqrt{5 - 11x}} \ \to \ \sqrt{5 - 11x} = (3 + x)\sqrt{2x + 6} \ \to \ (\sqrt{5 - 11x})^2 = ((3 + x)\sqrt{2x + 6})^2 \ \to$

$\to \ 5 - 11x = (x^2 + 6x + 9)\,(2x + 6) \ \to$

$\to \ 2x^3 + 18x^2 + 54x + 11x + 49 = 0 \ \to$

$\to \ (x + 1)\,(2x^2 + 16x + 49) = 0$

Solución: $x = -1$

c) $3^{x^2 - 2} = \dfrac{1}{3} = 3^{-1} \ \to \ x^2 - 2 = -1 \ \to \ x^2 = 1 \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 1, \ x_2 = -1$

d) $(4^x)^2 - 2 \cdot 4^x \cdot 4 + 16 = 0 \xrightarrow[4^x = t]{\text{cambio}} t^2 - 8t + 16 = 0 \to$

$\to (t-4)^2 = 0 \to t = 4 \to 4^x = 4 \to x = 1$

Solución: $x = 1$

e) $\log(x+1) - \log x = 1 \to \log \dfrac{x+1}{x} = 1 \to \dfrac{x+1}{x} = 10 \to$

$\to x + 1 = 10x \to 9x = 1 \to x = \dfrac{1}{9}$

Solución: $x = \dfrac{1}{9}$

f) $\ln\sqrt{x} + 1 = \ln x \to \ln\sqrt{x} + \ln e = \ln x \to \ln e\sqrt{x} = \ln x \to$

$\to e\sqrt{x} = x \to e^2 x = x^2 \to x(e^2 - x) = 0 \to x = 0$ no válida; $x = e^2$

Solución: $x = e^2$

19 **Resuelve los siguientes sistemas:**

a) $\begin{cases} x - 4y = 5 \\ \log(x+1) = 1 + \log y \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2^x - 3^{y-1} = -5 \\ 2^{2x} - 3^y = -11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ -2x + y - z = -5 \\ 3x - y + 3z = 10 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x - y + 3z = 7 \\ 2x + 3y - z = 5 \\ -4x - 11y + 9z = 0 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x - 4y = 5 \\ \log(x+1) - \log y = 1 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x - 4y = 5 \\ \dfrac{x+1}{y} = 10 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x - 4y = 5 \\ x + 1 = 10y \end{array}\right\} \to$

$\to \left.\begin{array}{l} -x + 4y = -5 \\ x - 10y = -1 \end{array}\right\} \to -6y = -6 \to y = 1$

$-x + 4y = -5 \to -x + 4 = -5 \to x = 9$

Solución: $x = 9,\ y = 1$

b) $\begin{cases} 2^x - 3^{y-1} = -5 \\ 2^{2x} - 3^y = -1 \end{cases}$ Hacemos el siguiente cambio de variable: $2^x = t$; $3^y = z$

$\begin{cases} t - \dfrac{z}{3} = -5 \\ t^2 - z = -11 \end{cases} \to \begin{cases} z = 15 + 3t \\ z = t^2 + 11 \end{cases} \to 15 + 3t = t^2 + 11 \to t = 4,\ t = -1$ no válida

$t = 4 \to z = 15 + 3t = 27$

Solución: $x = 2,\ y = 3$

c) $\left.\begin{array}{r} x + 2y + z = 1 \\ -2x + y - z = -5 \\ 3x - y + 3z = 10 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) - 2 \cdot (1.^a) \\ (3.^a) - 3 \cdot (1.^a) \end{array}$ $\left.\begin{array}{r} x + 2y + z = 1 \\ 5y + z = -3 \\ -7y \quad = 7 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 2 \end{array}$

Solución: $x = 1,\ y = -1,\ z = 2$

d) $\left.\begin{array}{r} x - y + 3z = 7 \\ 2x + 3y - z = 5 \\ -4x - 11y + 9z = 0 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) - 2 \cdot (1.^a) \\ (3.^a) + 4 \cdot (1.^a) \end{array}$ $\left.\begin{array}{r} x - y + 3z = 7 \\ 5y - 7z = -9 \\ -15y + 21z = 28 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} (1.^a) \\ (2.^a) \\ (3.^a) + 3 \cdot (2.^a) \end{array}$ $\left.\begin{array}{r} x - y + 3z = 7 \\ 5y - 7z = -9 \\ 0 = 1 \end{array}\right\}$

La última ecuación es imposible, luego no tiene solución.

20 **Resuelve:**

a) $x^3 - 2x^2 - x + 2 \le 0$

b) $\dfrac{x^2+6}{x^2-4} \ge 0$

a) $x^3 - 2x^2 - x + 2 \le 0 \rightarrow (x-1)(x-2)(x+1) \le 0$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, 2)$	$(2, +\infty)$
$(x-1)$	–	–	+	+
$(x-2)$	–	–	–	+
$(x+1)$	–	+	+	+
$(x-1)(x-2)(x+1)$	–	+	–	+

Solución: $(-\infty, -1) \cup [1, 2]$

b) $\dfrac{x^2+6}{x^2-4} \ge 0$ El numerador nunca vale cero.

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, +\infty)$
x^2+6	+	+	+
x^2-4	+	–	+
$\dfrac{x^2+6}{x^2-4}$	+	–	+

Solución: $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ Los intervalos son abiertos porque el denominador no puede ser 0.

21 **Una pastelería vendió 27 tartas. El número de las de chocolate duplicó al de tartas de nata y entre ambas excedieron en 3 a las ventas de tartas de queso. ¿Cuántas se vendieron de cada tipo?**

x = n.º de tartas de chocolate

y = n.º de tartas de nata

z = n.º de tartas de queso

Expresamos las condiciones mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + z = 27 \\ x = 2y \\ x + y = z + 3 \end{cases} \rightarrow x = 10,\ y = 5,\ z = 12$$

Vendió 10 tartas de chocolate, 5 tartas de nata y 12 tartas de queso.