1.-

a) Hallar la posición del término independiente (exponente de la x igual a 0) del desarrollo de $\left(x^3-\frac{2}{x}\right)^{20}$ y a continuación determina dicho término.

$$\binom{20}{n}\cdot\left(x^3\right)^{20-n}\cdot\left(\frac{-2}{x}\right)^n=\binom{20}{n}\cdot(-2)^n\,\frac{x^{60-3n}}{x^n}=\binom{20}{n}\cdot(-2)^n\cdot x^{60-4n}\rightarrow 60-4n=0\rightarrow n=15\rightarrow$$

TÉRMINO : 16

$$Tér\ min\ o\ 16=\binom{20}{15}\cdot(-2)^{15}=-\binom{20}{5}\cdot 2^{15}=-\frac{20\cdot 19\cdot 18\cdot 17\cdot 16}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot 2^{15}=-15.504\cdot 2^{15}=$$

$$=-508.035.072$$

b) Resuelve: $\frac{9x^2-4}{x}\geq 0$

$$\frac{9x^2-4}{x}\geq 0\xrightarrow{P.Críti\cos}\begin{cases}9x^2-4=0\rightarrow 9x^2=4\rightarrow x^2=\frac{4}{9}\rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{4}{9}}\rightarrow x=\pm\frac{2}{3}\rightarrow Re\ llenos\\ x=0\rightarrow Hueco\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l}\left(-\infty,\frac{-2}{3}\right)\xrightarrow{-10}\frac{+}{-}=-<0\rightarrow NO\ Cumple\\ \left(\frac{-2}{3},0\right)\xrightarrow{-\frac{1}{3}}\frac{-}{-}=+>\rightarrow Cumple\\ \left(0,\frac{2}{3}\right)\xrightarrow{\frac{1}{3}}\frac{-}{+}=-<0\rightarrow NO\ Cumple\\ \left(\frac{2}{3},\infty\right)\xrightarrow{10}\frac{+}{+}=+>0\rightarrow Cumple\end{array}\right\}\rightarrow Solución:\left[\frac{-2}{3},0\right)\cup\left[\frac{2}{3},\infty\right)$$

c) Elige entre:

c$_1$) Resuelve: $4^x-3\cdot 2^x-40=0$

$$4^x-3\cdot 2^x-40=0\rightarrow\left(2^2\right)^x-3\cdot 2^x-40=0\xrightarrow{2^x=t}\rightarrow t^2-3t-40=0\rightarrow$$

$$t=\frac{3\pm\sqrt{9+160}}{2}=\frac{3\pm 13}{2}=\begin{cases}\frac{3-13}{2}=-5\rightarrow 2^x=-5\rightarrow\nexists\\ \frac{3+13}{2}=8\rightarrow 2^x=8\rightarrow 2^x=2^3\rightarrow x=3\end{cases}$$

c2) Resuelve: $Ln\sqrt{x} + 1 = Ln\ x$

$$Ln\ \sqrt{x} + 1 = Ln\ x \rightarrow Ln\ \sqrt{x} + Ln\ e = Ln\ x \rightarrow Ln\left(e\sqrt{x}\right) = Ln\ x \rightarrow e\sqrt{x} = x \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(e\sqrt{x}\right)^2 = x^2 \rightarrow e^2 x = x^2 \rightarrow x^2 - e^2 x = 0 \rightarrow x \cdot \left(x - e^2\right) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow No\ Válida \\ x = e^2 \rightarrow válida \end{cases}$$

No válida $x > 0$
Válida: Aparecen logaritmos de números positivos

2.- Un cajero automático contiene 95 billetes de 10, 20 y 50 euros, lo que supone un total de 2000 €. Si el número de billetes de 10 € es el doble del número de billetes de 20 €. Averigua, aplicando el método de Gauss, cuántos billetes hay de cada tipo.

$$\left.\begin{array}{l} x \rightarrow n^o\ de\ Billetes\ de\ 10\ € \\ y \rightarrow n^o\ de\ Billetes\ de\ 20\ € \\ z \rightarrow n^o\ de\ Billetes\ de\ 50\ € \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{c} x + y + z = 95 \\ 10x + 20y + 50z = 2000 \\ x - 2y = 0 \end{array} \xrightarrow{:10} \begin{array}{c} x + y + z = 95 \\ x + 2y + 5z = 200 \xrightarrow{2^a - 1^a} \\ x - 2y = 0 \xrightarrow{3^a - 1^a} \end{array}$$

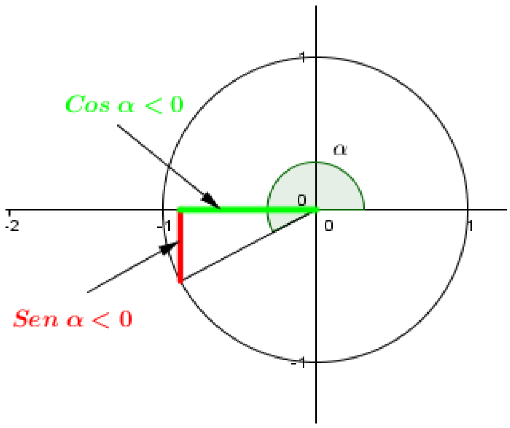
$$x + y + z = 95 \rightarrow x + 25 + 20 = 95 \rightarrow x = 50$$

$$y + 4z = 105 \rightarrow y + 4 \cdot 20 = 105 \rightarrow y = 25$$

$$-3y - z = -95 \xrightarrow{3^a + 3 \cdot 2^a} 11z = 220 \rightarrow z = \frac{220}{11} = 20$$

3.- Sabiendo que $\alpha \in$ al tercer cuadrante y que $Tan\ \alpha = 2$. Se te pide:

a) Razona el signo de las razones trigonométricas de dicho ángulo y sin utilizar la calculadora determina el valor del resto de sus razones trigonométricas.



$$Tan\ \alpha = 2 \rightarrow \frac{Sen\ \alpha}{Cos\ \alpha} = 2 \rightarrow Sen\ \alpha = 2 \cdot Cos\ \alpha$$

$$\left(2 \cdot Cos\ \alpha\right)^2 + Cos^2\alpha = 1 \rightarrow 4 \cdot Cos^2\alpha + Cos^2\alpha = 1 \rightarrow$$

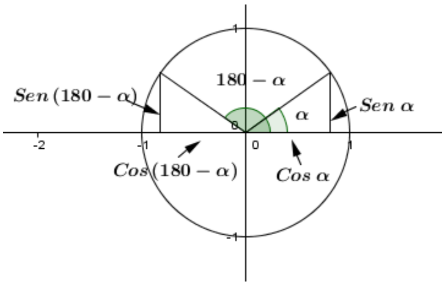
$$\rightarrow 5 \cdot Cos^2\alpha = 1 \rightarrow Cos^2\alpha = \frac{1}{5} \rightarrow Cos\ \beta = -\sqrt{\frac{1}{5}} \rightarrow$$

$$\rightarrow Cos\ \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5} \rightarrow Sen\ \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

b) Hallar sin la calculadora: $Sen\left(45^o + \alpha\right)$ y $Cos\left(180^o - \alpha\right)$

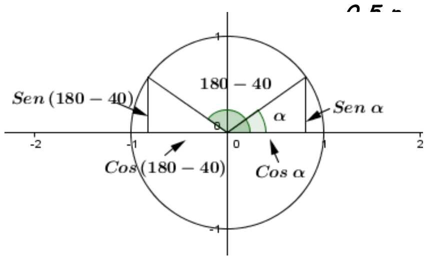
$$Sen\left(45^o + \alpha\right) = Sen\ 45^o \cdot Cos\ \alpha + Cos\ 45^o \cdot Sen\ \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{-\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{-2\sqrt{5}}{5} = \frac{-3\sqrt{10}}{10}$$

$$Cos(180^{o} - \alpha) = -Cos\ \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

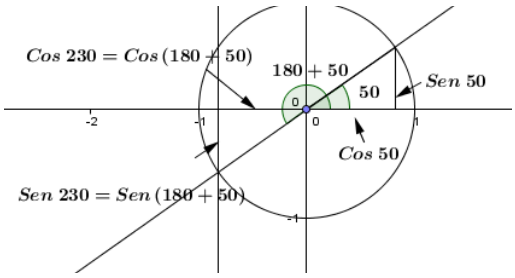


c) Expresa las siguientes razones como razones de un ángulo del primer cuadrante: *Tg 140º* ; *Sen 230º* .

$$Tg\ 140^{o} = Tan(180^{o} - 40)^{o} = \frac{Sen\ (180^{o} - 40^{o})}{Cos(180^{o} - 40^{o})} = \frac{Sen\ 40^{o}}{-\ Cos\ 40^{o}} = -Tan\ 40^{o}$$



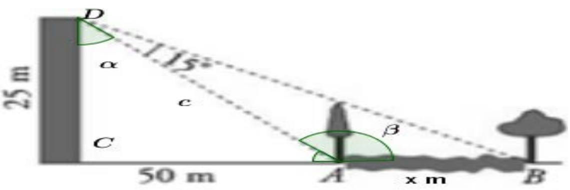
$$Sen\ 230^{o} = Sen(180^{o} + 50^{o}) = -Sen\ 50^{o}$$



d) Usando la calculadora, determina de forma razonada los valores de α en grados y radianes. *0,5 p*

$$Tan\ \alpha = 2 \xrightarrow{Calc.} \alpha = 63'43^{o} \xrightarrow{NO} \alpha = 63'43^{o} + 180^{o} = 243'43^{o} = \frac{243}{180}\pi\ rad$$

4.- Desde una torre de vigilancia de 25 m. observamos dos árboles situados en orillas opuestas de un río bajo un ángulo de 15º. Los dos árboles están alineados con el pie de la torre y la distancia de ésta al río es de 50 m. Calcula la anchura del río. *1,25p*



En el triángulo : ACD

$$Tan\ \widehat{A} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \xrightarrow{Calc.} \widehat{A} = 26'57^{o} \rightarrow \alpha = 90^{o} - 26{,}57^{o} = 63'43^{o}$$

$$\rightarrow \beta = 180^{o} - 26'5^{o}7 = 153'43^{o} \rightarrow \widehat{B} = 180^{o} - (15^{o} + 153'43^{o}) = 11'57^{o}$$

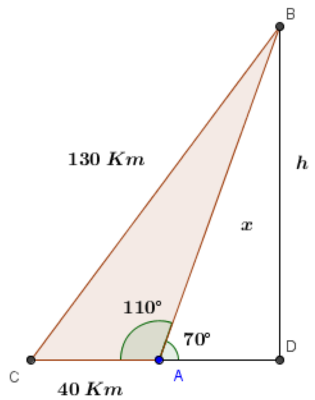
En el triángulo : BCD

$$Tan\ 11'57^{o} = \frac{25}{50 + x} \rightarrow (50 + x)\cdot Tan\ 11'57^{o} = 25 \rightarrow x = \frac{25}{Tan\ 11'57^{o}} - 50 = 72'12\,m$$

Otra forma:

$$c = \sqrt{25^{2} + 50^{2}} = 55'85\ m \xrightarrow{T.Seno\_en\_T.ABD} \frac{c}{Sen\ \widehat{B}} = \frac{x}{Sen\ 15} \rightarrow x = \frac{55'85 \cdot Sen\ 15^{o}}{Sen\ 11'57^{o}} = 72'12\ m$$

5.- Tres ciudades A, B y C están unidas por tres tramos rectilíneos de ferrocarril. El tramo BC mide 130 Km. y el AC 40 Km. El ángulo con el que se ven las ciudades B y C desde A es de 110°.



a) Halla la distancia por ferrocarril entre A y B. ¿Hay más de una solución? ¿Por qué?.

$$T.Seno \rightarrow \frac{130}{Sen\ 110^o} = \frac{40}{Sen\ B} = \frac{x}{Sen\ C} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} Sen\ \hat{B} = \dfrac{40 \cdot Sen\ 110^o}{130} \rightarrow \hat{B} = 16{,}81^o \\ \\ \hat{C} = 180 - \left(110^o + 16{,}81^o\right) = 53'19^o \end{cases}$$

$$\rightarrow x = \frac{130 \cdot Sen\ 53'19^o}{Sen\ 110^o} = 110'761\ \ Km$$

Únicamente hay una solución porque el ángulo que nos dan es obtuso.

b) Determina el valor del área que forman las tres ciudades.

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{40 \cdot 104'08}{2} = 2081{,}63\ \ Km^2$$

$$Sen\ 70^o = \frac{h}{110{,}761} \rightarrow h = 104'08\ \ Km$$

6.- Comprueba la igualdad (elige una): *(1 p)*

a)

$$\frac{2 \cdot Sen\ \alpha}{Tg\ 2\alpha} + \frac{Sen^2\alpha}{Cos\alpha} = cos\ \alpha \rightarrow \frac{2 \cdot sen\ \alpha}{\dfrac{Sen\ 2\alpha}{Cos\ 2\alpha}} + \frac{sen^2\alpha}{cos\ \alpha} =$$

$$= \frac{2 \cdot Sen\ \alpha}{\dfrac{2Sen\ \alpha \cdot Cos\ \alpha}{Cos^2\alpha - Sen^2\alpha}} + \frac{Sen^2\alpha}{cos\ \alpha} =$$

$$= \frac{2 \cdot Sen\ \alpha \cdot \left(Cos^2\alpha - Sen^2\alpha\right)}{2Sen\ \alpha \cdot Cos\ \alpha} + \frac{Sen^2\alpha}{cos\ \alpha} =$$

$$= \frac{Cos^2\alpha - Sen^2\alpha}{Cos\ \alpha} + \frac{Sen^2\alpha}{cos\ \alpha} =$$

$$= \frac{Cos^2\alpha - Sen^2\alpha + Sen^2\alpha}{Cos\ \alpha} = \frac{Cos^2\alpha}{cos\ \alpha} = Cos\ \alpha$$

b)

$$\frac{2Sen\ \alpha - Sen\ 2\alpha}{2Sen\ \alpha + Sen\ 2\alpha} = tg^2\ \frac{\alpha}{2} \rightarrow$$

$$\frac{2Sen\ \alpha - 2Sen\ \alpha \cdot Cos\ \alpha}{2Sen\ \alpha + 2Sen\ \alpha \cdot Cos\ \alpha} = \frac{2Sen\ \alpha \cdot \left(1 - Cos\ \alpha\right)}{2Sen\ \alpha \cdot \left(1 + Cos\ \alpha\right)} =$$

$$\frac{1 - Cos\ \alpha}{1 + Cos\ \alpha}$$

$$Tg^2\ \frac{\alpha}{2} = \left(\pm\sqrt{\frac{1 - Cos\ \alpha}{1 + Cos\ \alpha}}\right)^2 = \frac{1 - Cos\ \alpha}{1 + Cos\ \alpha}$$