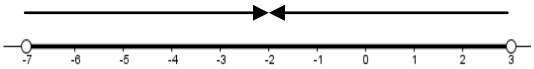
1.-

a) Representa gráficamente el conjunto $\{x \in R \,/\, |x+2| < 5\}$. Escríbelo también en forma de intervalo.

$$\{x \in R \,/\, |x+2| < 5\} \xrightarrow{P.C.} x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 (ENTRA)$$



$$\left.\begin{array}{l} (-\infty, -2) \xrightarrow{x=-10} x+2<0 \rightarrow |x+2| = -x-2 \rightarrow -x-2<5 \rightarrow -2-5<x \rightarrow x>-7 \\ (-2, \infty) \xrightarrow{x=10} x+2>0 \rightarrow |x+2| = x+2 \rightarrow x+2<5 \rightarrow x<3 \rightarrow x<3 \end{array}\right\} \rightarrow (-7, 3)$$

b) Obtén el 4º término del desarrollo de Newton correspondiente al desarrollo de $\left(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3}\right)^4$.

$$\left(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3}\right)^4 \xrightarrow{4^o} \binom{4}{3}\left(5\sqrt{2}\right)^1\left(-2\sqrt{3}\right)^3 = -\frac{4\,3\cdot 2}{3\cdot 2\cdot 1} 5\cdot\sqrt{2}\cdot 2^3\cdot\sqrt{3^3} = -\frac{4\,3\cdot 2}{3\cdot 2\cdot 1} 5\cdot\sqrt{2}\cdot 2^3\cdot 3\cdot\sqrt{3} = -480\cdot\sqrt{6}$$

c) Calcula la posición del término, y después su coeficiente, que contiene x^6 en el desarrollo de $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^6$.

$$\binom{6}{n}\left(2x^2\right)^{6-n}\left(-\frac{3}{x}\right)^n = \binom{6}{n}2^{6-n}x^{12-2n}(-3)^n x^{-n} = \binom{6}{n}2^{6-n}(-3)^n x^{12-3n} \rightarrow Coeficiente\ x^6 \rightarrow$$

$$\rightarrow 12 - 3n = 6 \rightarrow 6 = 3n \rightarrow n = 2 \rightarrow Tér\,min\,o\ 3^o$$

$$\binom{6}{2}\left(2x^2\right)^4\left(-\frac{3}{x}\right)^2 = \binom{6}{2}2^4x^8(-3)^2x^{-2} = \frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}\cdot 16\cdot 9\cdot x^6 \xrightarrow{Coeficiente} \frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}\cdot 16\cdot 9 = 2.160$$

2.- Resuelve:

a)

$$\frac{9x}{x^2-9} \geq -x \rightarrow \frac{9x}{x^2-9} + x \geq 0 \rightarrow \frac{9x + x^3 - 9x}{x^2-9} \geq 0 \rightarrow \frac{x^3}{x^2-9} \geq 0$$

$$P.C.: \begin{cases} x^3 = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow Re\,lleno \\ x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3 \rightarrow Hueco \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} (-\infty, -3) \xrightarrow{x=-10} \frac{-}{+} < 0 \rightarrow NO \\ (-3, 0] \xrightarrow{x=-1} \frac{-}{-} > 0 \rightarrow SI \\ [0, 3) \xrightarrow{x=2} \frac{+}{-} < 0 \rightarrow NO \\ (3, \infty) \xrightarrow{x=10} \frac{+}{+} > 0 \rightarrow SÍ \end{array}\right\} \rightarrow Solución: (-3, 0] \cup (3, \infty)$$

b)

$$\frac{2\sqrt{4x+8}}{3}-\sqrt{x+2}=1 \to \frac{2\sqrt{4\cdot(x+2)}}{3}-\sqrt{x+2}=1 \to \frac{4\sqrt{x+2}}{3}-\sqrt{x+2}=1 \to$$

$$\to \left(\frac{4}{3}-1\right)\sqrt{x+2}=1 \to \frac{1}{3}\sqrt{x+2}=1 \to \sqrt{x+2}=3 \to \left(\sqrt{x+2}\right)^2=3^2 \to x+2=9 \to$$

$$\to x=7$$

Comprobación:

$$x=7 \to \frac{2\sqrt{4\cdot 7+8}}{3}-\sqrt{7+2}=1 \to \frac{2\sqrt{36}}{3}-\sqrt{9}=1 \to \frac{2\cdot 6}{3}-3=1 \to$$

$$\to 4-3=1 \to 1=1 \to Sol.\ Válida$$

c)

$$4^x-3\cdot 2^x-40=0 \to \left(2^2\right)^x-3\cdot 2^x-40=0 \to \left(2^x\right)^2-3\cdot 2^x-40=0 \xrightarrow{2^x=A}$$

$$\to A^2-3a-40=0 \to A=\frac{3\pm\sqrt{9+160}}{2}=\frac{+3\pm 13}{2}=\begin{cases} A_1=8 \to 2^x=2^3 \to x=3 \\ A_2=-5 \to 2^x=-5 \to \nexists \end{cases}$$

3.- Resuelve:

$$\begin{cases} \dfrac{log\ x}{log\ y}=\dfrac{1}{2} \to 2Log\ x=Log\ y \to Log\ x^2=Log\ y \to x^2=y \to y=(\pm 10)^2 \to y=100 \\ log\ x^2+log\ y=4 \to Log\left(x^2\cdot y\right)=Log\ 10^4 \to x^2\cdot y=10^4 \to x^2\cdot x^2=10^4 \to x^4=10^4 \to x=\pm 10 \end{cases}$$

La solución: $x=10,\ y=100$ vale porque aparecen logaritmos de números positivos.
La solución: $x=-10,\ y=100$ NO vale porque aparecen logaritmos de números negativos.

4.- Resuelve y clasifica en función del número de soluciones el siguiente sistema de ecuaciones lineales:*(1'25 p)*

$$\begin{cases} x+4y-5z=5 \xrightarrow{1^a} x+4y-5z=5 \xrightarrow{1^a} x+4y-5z=5 \xrightarrow{1^a} x+4y-5z=5 \xrightarrow{**} \\ -x+5y-z=13 \xrightarrow{2^a+1^a} +9y-6z=18 \xrightarrow{2^a/3} +3y-2z=6 \xrightarrow{2^a} +3y-2z=6 \xrightarrow{*} \\ -2x+4y-3z=14 \xrightarrow{3^a+2\cdot 1^a} 12y-13z=24 \xrightarrow{3^a} 12y-13z=24 \xrightarrow{3^a-4\cdot 2^a} -5z=0 \to z=0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{*} 3y-2\cdot 0=6 \to 3y=6 \to y=2$$

$$\xrightarrow{**} x+4\cdot 2-5\cdot 0=5 \to x=-3$$

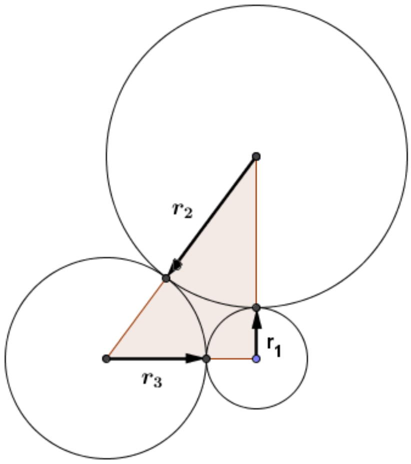
Solución: $x=-3,\ y=2,\ z=0 \to Sistema\ compatible\ det\ er\ min\ ado.$

5.- Plantea el siguiente problema: "Los catetos de un triángulo rectángulo miden 12 cm y 16 cm. Se te pide:

a) Determina el valor de la hipotenusa.)

$h^2 = 12^2 + 16^2 \rightarrow h^2 = 144 + 256 \rightarrow$

$\rightarrow h^2 = 400 \rightarrow h = \sqrt{400} = 20cm$



b)Tomando como centro cada uno de los vértices del triángulo se trazan tres circunferencias de forma que sean tangentes exteriores dos a dos. Calcula los radios de las tres circunferencias.")

$$\begin{cases} r_1 + r_3 = 12 \\ r_1 + r_2 = 16 \\ r_2 + r_3 = 20 \end{cases}$$

6.- Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 2y - 1 \geq 1 \rightarrow 2y \geq 2 \rightarrow y \geq 1 \xrightarrow{(0,0)} 0 \geq 1 \rightarrow Falso \\ 3x - y < 0 \xrightarrow{(1,\ 0)} 3 \cdot 1 - 0 = 3 < 0 \rightarrow Falso \end{cases}$$

x	0	2
Y = 1	1	1

$(0,\ 0) \rightarrow 2 \cdot 0 = 0 \geq 1\ ? \rightarrow Falso \rightarrow la\ otra\ parte$

x	0	1
Y = 3x	0	3

$(1,\ 0) \rightarrow 3 \cdot 1 - 0 = 3 < 0\ ? \rightarrow Falso \rightarrow la\ otra\ parte$