I.E.S. TIERRA ESTELLA **MATEMÁTICAS I - 1º Bchto**

Recuperación: Aritmética, Álgebra y Trigonometría **NOTA:**

Nombre: **16/12/2016**

1.- Desarrolla, opera y simplifica:

$$\left(a^2-\frac{2}{a}\right)^5=\binom{5}{0}\cdot\left(a^2\right)^{5-0}\cdot\left(\frac{-2}{a}\right)^0+\binom{5}{1}\cdot\left(a^2\right)^{5-1}\cdot\left(\frac{-2}{a}\right)^1+\binom{5}{2}\cdot\left(a^2\right)^{5-2}\cdot\left(\frac{-2}{a}\right)^2+\binom{5}{3}\cdot\left(a^2\right)^{5-3}\cdot\left(\frac{-2}{a}\right)^3+$$

$$+\binom{5}{4}\cdot\left(a^2\right)^{5-4}\cdot\left(\frac{-2}{a}\right)^4+\binom{5}{5}\cdot\left(a^2\right)^{5-5}\cdot\left(\frac{-2}{a}\right)^5=1\cdot a^{10}\cdot 1-5\cdot a^8\cdot\frac{2}{a}+10\cdot a^6\cdot\frac{4}{a^2}-10\cdot a^4\cdot\frac{8}{a^3}+$$

$$+5\cdot a^2\cdot\frac{16}{a^4}-1\cdot a^0\cdot\frac{32}{a^5}=a^{10}-10\cdot a^7+40\cdot a^4-80\cdot a+\frac{80}{a^2}-\frac{32}{a^5}$$

2.- Resuelve el sistema:

$$\begin{cases}2x-8y=0\rightarrow 2x=8y\rightarrow x=4y\\ 2\log x-\log y=3\rightarrow Log\ \dfrac{x^2}{y}=Log\ 10^3\rightarrow x^2=1000y\end{cases}\rightarrow (4y)^2=1000y\rightarrow 16y^2=1000y\rightarrow$$

$$\rightarrow y\cdot(16y-1000)=0\rightarrow\begin{cases}y=0\rightarrow NO\\ y=\dfrac{1000}{16}=62{,}5\rightarrow x=250\rightarrow Si\end{cases}$$

Tanto "x" como "y" tienen que ser positivos para que salgan logaritmos de números positivos

3. Resuelve gráficamente las soluciones del siguiente sistema de inecuaciones $\begin{cases}x+y\geq 0\\ -x+2y\geq 0\\ y\leq 3\end{cases}$ y determina las coordenadas de los vértices del recinto que delimitan.

x	0	2
y	0	-2

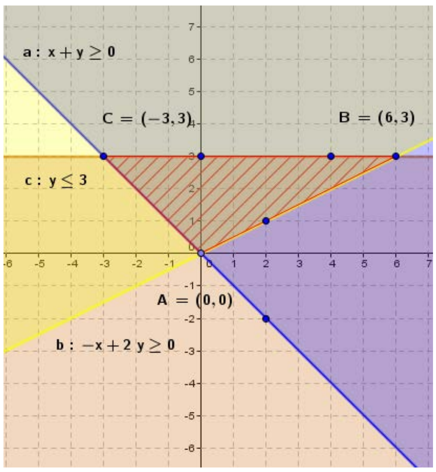
$\xrightarrow{(1,\,1)} 1+1\geq 0\rightarrow Cierto$

x	0	2
y	0	1

$\xrightarrow{(1,\,1)} -1+2\geq 0\rightarrow Cierto$

x	0	4
y	3	3

$\xrightarrow{(0,\,0)} 0\leq 3\rightarrow Cierto$



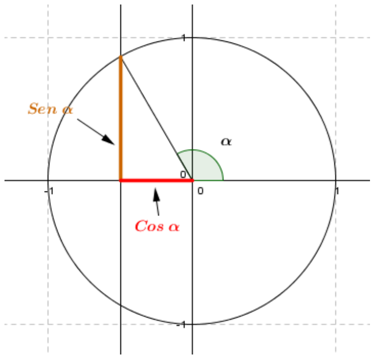
$$\begin{cases}x+y=0\rightarrow x=-y\rightarrow x=0\\ -x+2y=0\rightarrow -(-y)+2y=0\rightarrow 3y=0\rightarrow y=0\end{cases}\rightarrow A(0,\,0)$$

$$\begin{cases}x+y=0\rightarrow x+3=0\rightarrow x=-3\\ y=3\end{cases}\rightarrow C(-3,\,3)$$

$$\begin{cases}-x+2y=0\rightarrow -x+2\cdot 3=0\rightarrow x=6\\ y=3\rightarrow -(-y)+2y=0\rightarrow 3y=0\rightarrow y=0\end{cases}\rightarrow B(6,\,3)$$

4.- Sabiendo que $sen\ \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ y que α pertenece al segundo cuadrante, se te pide:

a) Razona el signo de las razones trigonométricas de dicho ángulo y sin utilizar la calculadora determina el valor del resto de sus razones trigonométricas y los distintos valores del ángulo α en grados y radianes.



$$Si\ \alpha \in 2^o \rightarrow \begin{cases} Sen\ \alpha > 0 \\ Cos\ \alpha < 0 \\ Tan\,\alpha < 0 \end{cases}$$

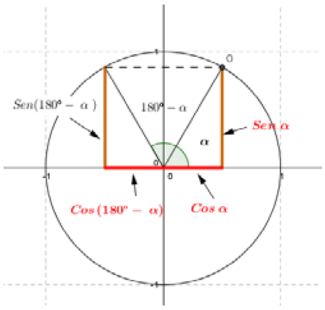
$$sen^2\ \alpha + Cos^2\alpha = 1 \rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + Cos^2\alpha = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{3}{4} + Cos^2\alpha = 1 \rightarrow Cos^2\alpha = \frac{1}{4} \rightarrow Cos\ \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$Tan\ \alpha = \frac{Sen\ \alpha}{Cos\ \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{-1}{2}} = -\sqrt{3}$$

$$Sen\ \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \alpha = 60^o \xrightarrow{NO} \alpha = 120^o = \frac{120}{180}\pi = \frac{2}{3}\pi\ radianes$$

b) Sin usar la calculadora determina:



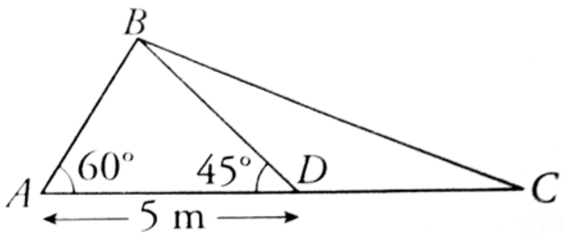
$$sen(180^o - \alpha) = Sen\ \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$cos(\alpha + 30^o) = Cos\ \alpha \cdot Cos\ 30^o - Sen\ \alpha \cdot Sen 30^o = \frac{-1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{1}{2} = \frac{-2\sqrt{3}}{4} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$tan(2\alpha) = \frac{2 \cdot Tan\ \alpha}{1 - Tan^2\alpha} = \frac{2 \cdot \left(-\sqrt{3}\right)}{1 - \left(-\sqrt{3}\right)^2} = \frac{-2\sqrt{3}}{-2} = \sqrt{3}$$

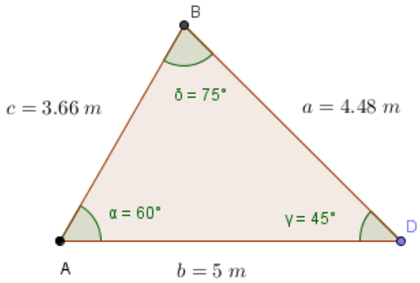
$$\alpha \in 2^o \rightarrow \frac{\alpha}{2} \in 1^o \rightarrow sen\frac{\alpha}{2} = +\sqrt{\frac{1 - \frac{(-1)}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

5.- De esta figura sabemos que: $\overline{BD} = \overline{DC}$; $\hat{A} = 60^o$; $A\hat{D}B = 45^o$ y $\overline{AD} = 5m.$



a) Calcula $\overline{BC}$

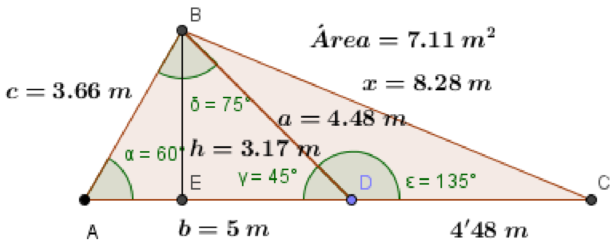
$$\hat{B} = 180^o - (60^o + 45^o) = 75^o$$



$$T.Seno: \frac{5}{Sen\ 75} = \frac{a}{Sen\ 60} = \frac{c}{Sen 45} \rightarrow$$

$$a = \frac{5 \cdot Sen\ 60}{Sen\ 75} = 4'48\ m$$

$$c = \frac{5 \cdot Sen\ 45}{Sen\ 75} = 3'66\ m$$



$$x = \sqrt{4'48^2 + 4'48^2 - 2 \cdot 4'48 \cdot 4'48 \cdot Cos\ 135^o} =$$

$$= 8'28\ m$$

b) Área del triángulo BCD

$$A = \frac{\overline{DC} \cdot h}{2} = \frac{4'48 \cdot 3'17}{2} \cong 7'1\ m^2$$

$$Sen\ 45 = \frac{h}{4'48} \rightarrow h = 4'48 \cdot Sen\ 45 \cong 3'17 m$$

6.- Demuestra la siguiente igualdad: $Tan^2\alpha - sen^2\alpha = Tan^2\alpha \cdot sen^2\alpha$)

$$Tan^2\alpha - Sen^2\alpha = \frac{Sen^2\alpha}{Cos^2\alpha} - Sen^2\alpha = \frac{Sen^2\alpha - Sen^2\alpha \cdot Cos^2\alpha}{Cos^2\alpha} = \frac{Sen^2\alpha \cdot \left(1 - Cos^2\alpha\right)}{Cos^2\alpha} =$$

$$= \frac{Sen^2\alpha}{Cos^2\alpha} \cdot \left(1 - Cos^2\alpha\right) = Tan^2\alpha \cdot Sen^2\alpha$$

7.- Resuelve una de las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a)

$$Tan^2\frac{x}{2} + 1 = cos\,x \rightarrow \left(\pm\sqrt{\frac{1 - Cos\ x}{1 + Cos\ x}}\right)^2 + 1 = Cos\ x \rightarrow \frac{1 - Cos\ x}{1 + Cos\ x} + 1 = Cos\ \alpha \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1 - Cos\ x + 1 + Cos\ x}{1 + Cos\ x} = \frac{Cos\ \alpha + Cos^2\alpha}{1 + Cos\ x} \rightarrow Cos^2\alpha + Cos\ \alpha - 2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow Cos\ \alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{-1 + 3}{2} = 1 \rightarrow x = 0 + 360k = 0 + 2\pi k \\ \frac{-1 - 3}{2} = -2 \rightarrow Im\ posible \end{cases}$$

b)

$$3 \cdot Tan^2x - \sqrt{3} \cdot Tan\ x = 0 \rightarrow Tan\ x \cdot \left(3 \cdot Tan\ x - \sqrt{3}\right) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} Tan\ x = 0 \rightarrow x = 0 + 180k = 0 + \pi k \\ 3 \cdot Tan\ x - \sqrt{3} = 0 \rightarrow Tan\ x = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow x = 30 + 180k = \frac{\pi}{6} + \pi k \end{cases}$$