I.E.S. TIERRA ESTELLA MATEMÁTICAS 1º BACH "A-B"

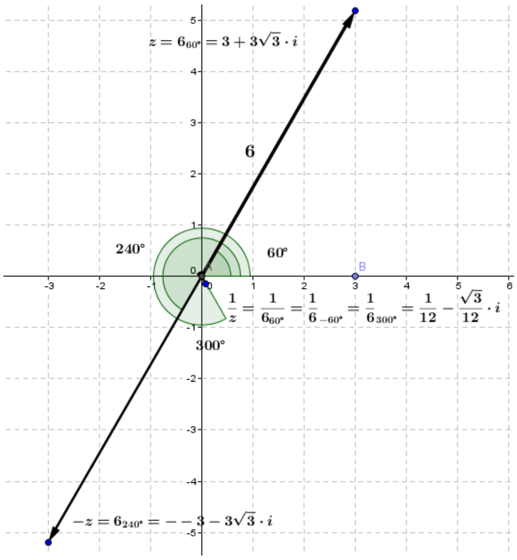
Recuperación 2ª Evaluación 17/03/2018 NOTA

Nombre:

NOTA: Cada paso que des en los ejercicios deberá ir convenientemente comentado y/o razonado.

1.-

a) A partir del complejo representado en la figura adjunta, se te pide, expresa en forma polar y binómica dicho complejo, su opuesto y su inverso.



$$z = 6_{60^o} = 6 \cdot \left(Cos\ 60^o + i \cdot Sen\ 60^o\right) = 6 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i\right) =$$

$$= 3 + 3\sqrt{3} \cdot i$$

$$-z = 6_{240^o} = -3 - 3\sqrt{3} \cdot i$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{6_{60^o}} = \left(\frac{1}{6}\right)_{-60^o} = \left(\frac{1}{6}\right)_{300^o} = \frac{1}{6}\left(Cos\ 300^o + i \cdot Sen\ 300^o\right) =$$

$$= \frac{1}{6}\left(Cos\ 60^o - i \cdot Sen\ 60^o\right) = \frac{6}{6} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i\right) = \frac{1}{12} - \frac{\sqrt{3}}{12} i$$

b) Dado el complejo $z = 2_{30^o}$, si dicho complejo es una de las soluciones de la ecuación de 2º grado de coeficientes reales, determina la otra raíz y la ecuación correspondiente.

$$z = 2_{30^o} = 2 \cdot \left(Cos\ 30 + i \cdot Sen\ 30\right) = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right) = \sqrt{3} + i \xrightarrow{La\ otra} \bar{z} = \sqrt{3} - i$$

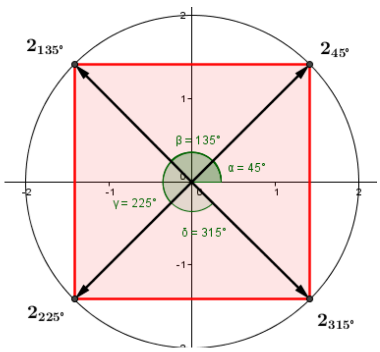
$$\left[z - \left(\sqrt{3} + i\right)\right] \cdot \left[z - \left(\sqrt{3} - i\right)\right] = 0 \to \left[\left(z - \sqrt{3}\right) - i\right] \cdot \left[\left(z - \sqrt{3}\right) + i\right] = 0 \to \left(z - \sqrt{3}\right)^2 - i^2 = 0 \to$$

$$\to z^2 - 2\sqrt{3} \cdot z + 3 + 1 = 0 \to z^2 - 2\sqrt{3} \cdot z + 4 = 0$$

c) Resuelve, en el campo de los números complejos la ecuación: $z^4 + 16 = 0$., Represéntalas en el plano complejo adjunto. ¿Qué figura obtenemos si unimos los afijos de las cuatro soluciones?.

$$z^4 + 16 = 0 \to z^4 = -16 \to z^4 = 16_{180^o} \to z = \sqrt[4]{16_{180^o}} =$$

$$= \sqrt[4]{16}_{\frac{180^o + 360k}{4}} = 2_{45^o + 90k} \Longrightarrow \begin{array}{l} k = 0 \to z_1 = 2_{45^o} \\ k = 1 \to z_2 = 2_{135^o} \\ k = 2 \to z_3 = 2_{225^o} \\ k = 3 \to z_4 = 2_{315^o} \end{array}$$



Obtenemos un cuadrado de 2 unidades de lado.

2.- Dados los vectores que se te adjuntan en el plano cartesiano adjunto, se te pide:

a) Determina sus componentes. Formarán base, razónalo convenientemente. *0,25p*

$$\left.\begin{array}{l}\vec{u}(-2,\ 3)\\ \\ \vec{v}(1,\ 5)\end{array}\right\} \rightarrow \textit{Forman BASE} \rightarrow \left\{\begin{array}{l}\textit{Pertenecen a rectas con dist int a dirección}\\ \\ \dfrac{-2}{1} \neq \dfrac{3}{5} \rightarrow \textit{Componentes NO proporcionales}\end{array}\right.$$

b) Determina el ángulo que forman dichos vectores. *0,5p*

$$Cos\ \alpha = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} = \frac{-2\cdot 1 + 3\cdot 5}{\sqrt{(-2)^2+3^2}\cdot\sqrt{1^2+5^2}} = \frac{13}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{26}} \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

c) Halla el valor de la proyección del vector $\vec{u}$ sobre el vector $\vec{v}$. *0,25p*

$$Proy_{\vec{v}}\vec{u} = |\vec{u}|\cdot Cos\ \alpha = \sqrt{13}\cdot Cos 45^\circ = \sqrt{13}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{26}}{2}\ u$$

d) Expresa el vector $\vec{a}(3,\ -11)$ como combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$. Indica el significado de los valores hallados y compruébalo gráficamente. *1p*

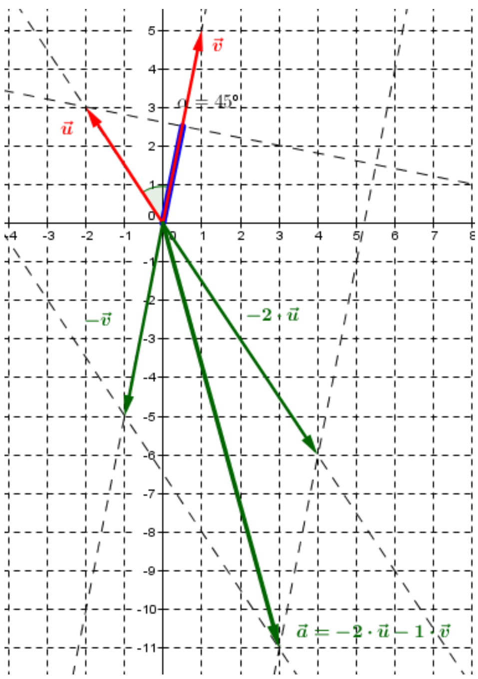
$$\vec{a}(3,\ -11) = x\cdot(-2,\ 3) + y\cdot(1,\ 5) \rightarrow$$

$$\rightarrow \left\{\begin{array}{l}3 = -2x + y \rightarrow y = 3 + 2x \rightarrow y = 3 + 2\cdot(-2) = -1\\ \\ -11 = 3x + 5y \rightarrow -11 = 3x + 5\cdot(3+2x) \rightarrow\end{array}\right.$$

$$\rightarrow -11 = 3x + 15 + 10x \rightarrow -26 = 13x \rightarrow x = \frac{-26}{13} = -2$$

$$\vec{a}(3,\ -11) = -2\cdot(-2,\ 3) - 1\cdot(1,\ 5)$$

Son las componentes del vector $\vec{a}$ en la base que forman $\vec{u}$ y $\vec{v}$, es decir: $\vec{a}(-2,\ -1)$ en la base $B\{\vec{u},\ \vec{v}\}$



3.- Los puntos $A(-4,\ 3)$, $B(0,\ 5)$, $C(4,\ -2)$ y $D(-3,\ -2)$ son los vértices del cuadrilátero ABCD. Se te pide:

a) Determina la ecuación general de la recta que contiene a la diagonal AC. *0,5p*

$$\left.\begin{array}{l} \vec{V}_{rAC} = \overrightarrow{AC}(8,\ -5) \to m = \dfrac{-5}{8} \\ \\ A(-4,\ 3) \end{array}\right\} \xrightarrow{E.P.P.} y = 3 - \frac{5}{8}(x+4) \to 5x + 8y - 4 = 0$$

b) Calcula el área del triángulo que determinan los vértices A, B y C. *0,75p*

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\left|\overrightarrow{AC}\right| \cdot d(B,\ r_{AC})}{2} = \frac{\sqrt{89} \cdot \dfrac{36}{\sqrt{89}}}{2} = 18\ u^2$$

$$\left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{8^2 + (-5)^2} = \sqrt{89}\ u$$

$$d(B,\ r_{AC}) = \frac{|5 \cdot 0 + 8 \cdot 5 - 4|}{\sqrt{5^2 + 8^2}} = \frac{36}{\sqrt{89}}\ u$$

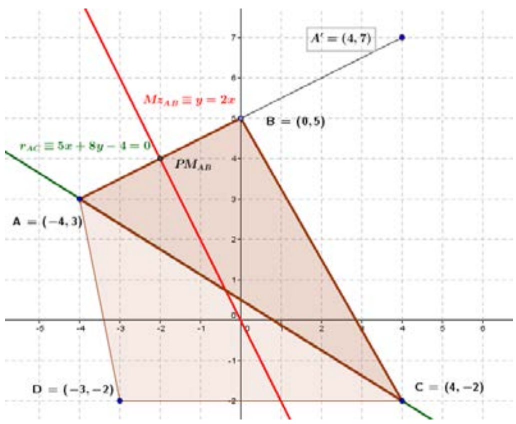
c) Determina las coordenadas del punto A', simétrico de A respecto de B. *0,5p*

$$\left.\begin{array}{l} A(-4,\ 3) \\ \\ B(0,\ 5) \\ \\ A'(a,\ b) \end{array}\right\} C = PM_{DD'} \to \left\{\begin{array}{l} 0 = \dfrac{-4+a}{2} \to a = 4 \\ \\ 5 = \dfrac{3+b}{2} \to b = 7 \end{array}\right. \to A'(4,\ 7)$$

d) Calcula la mediatriz del segmento AB. *0,75p*

$$\left.\begin{array}{l} \vec{V}_{rAB} = \overrightarrow{AB}(4,\ 2) \perp \vec{V}_{MZ_{AA'}}(-2,\ 4) \to m_{MZ\ AA'} = \dfrac{4}{-2} = -2 \\ \\ PM_{AB}(-2,\ 4) \end{array}\right\} \xrightarrow{E.P.P.}$$

$$\xrightarrow{E.P.P} y = 4 - 2(x+2) \to y = -2x$$



4.- La ecuación general de una cónica viene dada por la expresión: $x^2 + y^2 - 10x + 6y + 17 = 0$. Se te pide:

a) Obtener su ecuación reducida.

$$x^2 + y^2 - 10x + 6y + 17 = 0 \to (x^2 - 10x + \ldots.) + (y^2 + 6y + \ldots.) = -17 \to$$

$$\to (x^2 - 10x + 5^2) + (y^2 + 6y + 3^2) = -17 + 5^2 + 3^2 \to (x-5)^2 + (y+3)^2 = \left(\sqrt{17}\right)^2$$

b) Si la ecuación reducida fuera: $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 17$. Se te pide:

b_1) Identifícala, defínela y realiza un esbozo en el plano adjunto de la misma.

Se trata de una circunferencia: $\begin{cases} C(5,\,-3) \\ r = \sqrt{17} \end{cases}$

Definimos la circunferencia como el lugar geométrico de los puntos que distan de un punto, llamado centro, una distancia fija llamada radio.

$$P(x,\,y) \,/\, d(P,\,C) = r$$

b_2) Sea una recta, "r" de ecuación: $y = \dfrac{k - x}{4}$., determina el valor de "K" para que la recta sea tangente a la cónica anterior.

$$y = \frac{k - x}{4} \to x + 4y - k = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} d(C,\,r) = \sqrt{17} \\ C(5,\,-3) \end{array}\right\} \to \sqrt{17} = \frac{|5 + 4\cdot(-3) - k|}{\sqrt{1^2 + 4^2}} \to \pm\sqrt{17} = \frac{-7 - k}{\sqrt{17}} \to \pm 17 = -7 - k \to$$

$$\to \begin{cases} k_1 = -17 - 7 = -24 \\ k_2 = 17 - 7 = 10 \end{cases}$$