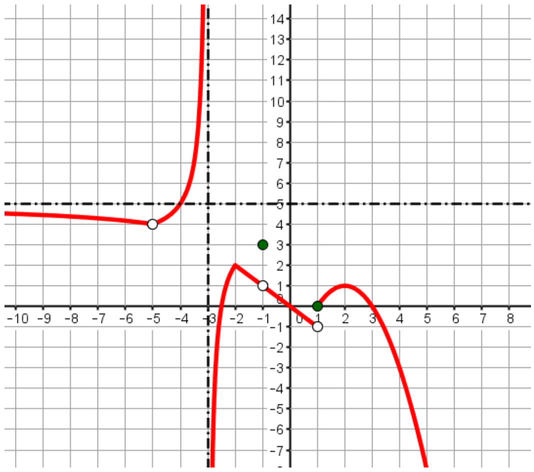
I.E.S. TIERRA ESTELLA MATEMÁTICAS 1º BACH "A-B"

Análisis I 06/04/2017 NOTA

Nombre:

1.- La gráfica adjunta corresponde a la función $y = f(x)$. Determina:



a) Su dominio y recorrido.

$D = \Re - \{-5, -3\}$

$R = (-\infty, 2] \cup \{3\} \cup (4, \infty)$

b) Los siguientes límites:

b1) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5^-$

b2) $\lim\limits_{x \to -5} f(x) = 4$

b3) $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x) = +\infty$

b4) $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = -\infty$

b5) $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = 2$

b5) $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = 1$

b6) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -1$

b7) $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 0$

b7) $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \nexists$

b8) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = -\infty$

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos y absolutos. ¿Está la función acotada?.

Crece : $(-5, -3) \cup (-3, -2) \cup (1, 2)$

Decrece : $(-\infty, -5) \cup (-2, -1) \cup (-1, 1) \cup (2, \infty)$

. *Máximos* : $(-2,2)$ y $(2, 1)$

No hay absolutos y no está acotada.

d) Asíntotas, tipos y ecuaciones:

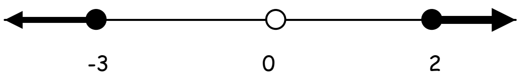
Asíntota Vertical : $x = -3$

Asíntota Horizontal : $y = 5$

2.- Dada la función: $y = \sqrt{\dfrac{x^2 + x - 6}{x^2}}$, indica su tipo y determina su dominio.

Se trata de una función irracional de índice par, los valores del dominio de dicha función han de cumplir:

$$\begin{cases} \dfrac{x^2 + x - 6}{x^2} \geq 0 \xrightarrow{P.Críticos} \begin{cases} x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \dfrac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} x = 2 \\ \\ x = -3 \end{cases} \rightarrow Rellenos \\ \\ x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow Hueco \end{cases} \\ \\ \\ x^2 \neq 0 \rightarrow x \neq 0 \end{cases}$$



$$(-\infty, -3) \xrightarrow{-10} \frac{+}{+} = + > 0 \rightarrow SI$$

$$(-3, 0) \xrightarrow{-1} \frac{-}{+} = - < 0 \rightarrow NO$$

$$(0, 2) \xrightarrow{1} \frac{-}{+} = - < 0 \rightarrow NO$$

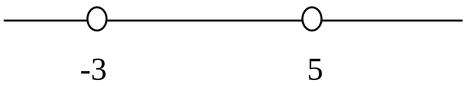
$$(2, \infty) \xrightarrow{10} \frac{+}{+} = + > 0 \rightarrow SI$$

$$D = (-\infty, \quad -3] \cup [2, \infty)$$

3.- Dada La función $y = |x-5| - |x+3|$.: Se te pide:

a) Determina la función a trozos que le corresponde.

$$\xrightarrow{P.Críticos} \begin{cases} x-5=0 \to x=5 \\ \\ x+3=0 \to x=-3 \end{cases}$$

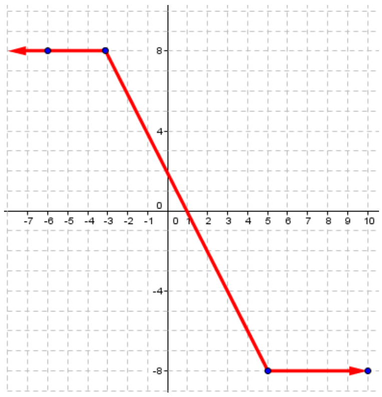


$$(-\infty, -3) \xrightarrow{-10} \begin{cases} x-5<0 \to |x-5| = 5-x \\ x+3<0 \to |x+3| = -x-3 \end{cases} \to y = 8$$

$$(-3, 5) \xrightarrow{0} \begin{cases} x-5<0 \to |x-5| = 5-x \\ x+3>0 \to |x+3| = x+3 \end{cases} \to y = -2x+2$$

$$(5, \infty) \xrightarrow{10} \begin{cases} x-5>0 \to |x-5| = x-5 \\ x+3>0 \to |x+3| = x+3 \end{cases} \to y = -8$$

b) Si dicha función es: $y = \begin{cases} 8 \text{ si } x < -3 \\ \\ -2x+2 \text{ si } -3 \le x \le 5 \\ \\ -8 \text{ si } x > 5 \end{cases}$, represéntala e indica su dominio y recorrido.



x	-6	-3
y	+8	+9

x	-3	5
y	+8	-8

x	5	10
y	-8	-8

$D = \Re$

$R[-8, 8]$

4.- Dada la función: $y = e^{x+3} - 5$. Se Te pide:

a) Determina su función Inverso-Recíproca: y^{-1}.

$$y = e^{x+3} - 5 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = e^{y+3} - 5 \rightarrow x + 5 = e^{y+3} \xrightarrow{Ln} Ln\,(x+5) = Ln\ e^{y+3} \rightarrow$$

$$\rightarrow Ln\,(x+5) = (y+3) \cdot Ln\ e \rightarrow y + 3 = Ln\,(x+5) \rightarrow y = Ln\,(x+5) - 3$$

b) Si $y^{-1}(x) = Ln(x+5) - 3$. ¿Cuánto vale $y^{-1} \circ y(x)$?. Razónalo y Compruébalo.

$y^{-1} \circ y(x) = x$ POR DEFINICIÓN

$$y^{-1} \circ y(x) = y^{-1}\left(e^{x+3} - 5\right) = Ln\,\left(e^{x+3} - 5 + 5\right) - 3 = Ln\, e^{x+3} - 3 = x + 3 - 3 = x$$

c) Calcula el valor de $y^{-1} \circ y(-1)$ de dos formas, directamente y determinando previamente el valor $y(-1)$.

$y^{-1} \circ y(-1) = -1$ POR DEFINICIÓN

$$y(-1) = e^{-1+3} - 5 = e^{2} - 5$$

$$y^{-1} \circ y(-1) = y^{-1}\left(e^{2} - 5\right) = Ln\left(e^{2} - 5 + 5\right) - 3 = Ln\ e^{2} - 3 = 2 - 3 = -1$$

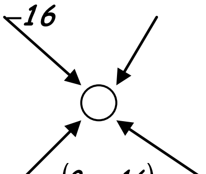
5.- Determina el límite de las siguientes funciones e interpreta gráficamente el resultado obtenido en cada uno de ellos.

a)

$$\underset{x \to 2}{Lim} \frac{4 - x^2}{\sqrt{x+2} - 2} = \underset{x \to 2}{Lim}\left[-(2+x) \cdot \left(\sqrt{x+2} + 2\right)\right] = -16$$

$\downarrow RG$ $\qquad$ $\downarrow RG \rightarrow -(2+2) \cdot \left(\sqrt{2+2} + 2\right) = -4 \cdot (2+2) = -4 \cdot 4 = -16$

$$\frac{4 - 2^2}{\sqrt{2+2} - 2} = \frac{4 - 4}{2 - 2} = \frac{0}{0}$$



$(2, -16)$

$$\frac{4 - x^2}{\sqrt{x+2} - 2} = \frac{4 - x^2}{\sqrt{x+2} - 2} \cdot \frac{\sqrt{x+2} + 2}{\sqrt{x+2} + 2} = \frac{(2+x) \cdot (2-x) \cdot \left(\sqrt{x+2} + 2\right)}{x + 2 - 4} =$$

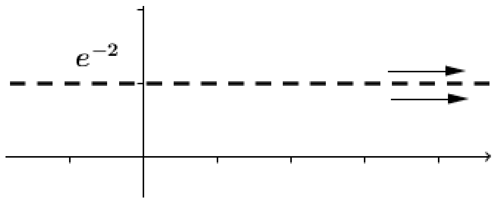
$$= \frac{(2+x) \cdot (2-x) \cdot \left(\sqrt{x+2} + 2\right)}{x - 2} = -(2+x) \cdot \left(\sqrt{x+2} + 2\right)$$

b) Propuesto

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-x}{x^2+x}\right)^{\frac{7+x^3}{2+x^2}} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{7+x^3}{2+x^2}\cdot\left(\frac{x^2-x}{x^2+x}-1\right)\right]} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{7+x^3}{2+x^2}\cdot\left(\frac{x^2-x-x^2-x}{x^2+x}\right)\right]} = e^{\underset{x\to -1}{\infty m}\left[\frac{7+x^3}{2+x^2}\cdot\left(\frac{-2x}{x^2+x}\right)\right]} = e^{\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{-14x-2x^4}{x^4\ldots}\cdot\right]} = e^{-2}$$

$$\downarrow RG \qquad\qquad \downarrow RG \to \frac{\infty}{\infty} \to \frac{-2}{1} - 2$$

$$\left(\frac{\infty}{\infty}\right)^{\frac{\infty}{\infty}} = \left(\frac{1}{1}\right)^{\infty} = 1^{\infty} \to IND\ n^o\ e$$

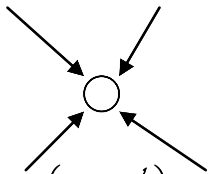


b₂) Quería poner

$$\lim_{x\to -1}\left(\frac{x-1}{2x}\right)^{\frac{x^2}{x+1}} = e^{\lim\limits_{x\to -1}\left[\frac{x^2}{x+1}\cdot\left(\frac{x-1}{2x}-1\right)\right]} = e^{\lim\limits_{x\to -1}\left[\frac{x^2}{x+1}\cdot\left(\frac{x-1-2x}{2x}\right)\right]} = e^{\lim\limits_{x\to -1}\left[\frac{x^2}{x+1}\cdot\left(\frac{-x-1}{2x}\right)\right]} = e^{\lim\limits_{x\to -1}\left[\frac{-x^2}{2x}\cdot\right]} = e^{\frac{1}{2}}$$

$$\downarrow RG \qquad\qquad \downarrow RG \to \frac{-(-1)^2}{2\cdot(-1)} = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{-1-1}{2\cdot(-1)}\right)^{\frac{(-1)^2}{-1+1}} = \left(\frac{-2}{-2}\right)^{\frac{1}{0}} = 1^{\infty}\ IND\ n^o\ e$$



$$\left(-1,\ e^{\frac{1}{2}}\right)$$

c)

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2-3x}{x+5} - \frac{2x^3-3x^2}{x^2-25}\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{-10x^2+15}{x^2-25} = -10$$

$$\downarrow RG \qquad\qquad \downarrow RG \to \frac{\infty}{\infty} = \frac{-10}{1} = -10$$

$$\frac{\infty}{\infty} - \frac{\infty}{\infty} = \infty - \infty \to INDT$$

$$\frac{(2x^2-3x)\cdot(x-5) - 2x^3 + 3x^2}{(x+5)\cdot(x-5)} = \frac{2x^3 - 10x^2 - 3x^2 + 15x - 2x^3 + 3x^2}{x^2-25} = \frac{-10x^2+15}{x^2-25}$$