I.E.S. TIERRA ESTELLA **MATEMÁTICAS 1.º BACH Ciencias**

Suficiencia Junio 2017 **02/06/2017** **NOTA:**

Nombre:

Normas para la realización de la suficiencia.

<u>Si tienes una única evaluación pendiente:</u>

Deberás realizar ***<u>TODOS</u>*** los ejercicios propuestos para dicha evaluación.

<u>Si tienes 2 evaluaciones pendientes:</u>

1.ª y 2.ª pendientes: 115p

1.1.c, 1.3, 1.4 y 1.6.a
2.1, 2.3, 2.4.a y 2.6

1.ª y 3.ª pendientes: 110p

1.1.c, 1.3, 1.4 y 1.6.a
3.1.b, 3.2.a.1ª función, 3.2.b y 3.4

2.ª y 3.ª pendientes: 123p

2.1, 2.3, 2.4.a y 2.6
3.1.b, 3.2.a.1ª función, 3.2.b y 3.4

<u>Si tienes las 3 evaluaciones pendientes o te presentas a subir nota:</u>

1.1.c y 1.4
2.1, 2.3 y 2.6
3.2.a.1ª función, 3.2.b y 3.4

1.ª EVALUACIÓN

NOTA: Si tienes únicamente esta evaluación realiza 2 ejercicios de los propuestos en trigonometría, es decir de los ejercicios: 1.4, 1.5 y 1.6 debes hacer únicamente dos de ellos.

1.1.-

a) Efectúa racionalizando previamente: $\dfrac{4+\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} - \dfrac{2}{3-\sqrt{3}} =$

$$\frac{4+\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} - \frac{2}{3-\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6} - \frac{6+2\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-6}{6}$$

$$\frac{4+\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}+\sqrt{18}}{2\cdot 3} = \frac{4\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6}$$

$$\frac{2}{3-\sqrt{3}} = \frac{2}{3-\sqrt{3}} \cdot \frac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} = \frac{6+2\sqrt{3}}{9-3} = \frac{6+2\sqrt{3}}{6}$$

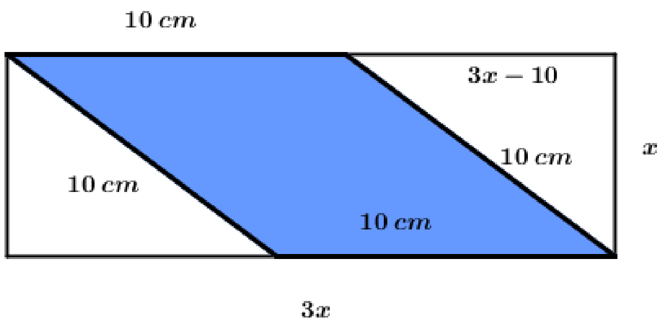
b) Desarrolla la siguiente expresión: $log\,\dfrac{a^2 \cdot \sqrt[5]{b^3}}{100c^4} =$

$$log\,\frac{a^2 \cdot \sqrt[5]{b^3}}{100c^4} = 2Log\ a + \frac{3}{5}Log\ b - Log\ 100 - 4Log\ c = 2Log\ a + \frac{3}{5}Log\ b - 2 - 4Log\ c$$

c) Halla el 4.º término, simplificado al máximo, correspondiente al desarrollo de $\left(25^x - \dfrac{1}{5^x}\right)^7$

$$\left(25^x - \frac{1}{5^x}\right)^7 \xrightarrow{T.\,4^o} \binom{7}{3}\left(5^{2x}\right)^{7-3} \cdot \left(-5^{-x}\right)^3 = -\frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1} \cdot 5^{8x-3x} = -7 \cdot 5^{5x+1}$$

1.2.- El cuadrilátero central es un rombo de 40 cm. de perímetro. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que la base es el triple de la altura.



$$40 = 4 \cdot l \rightarrow l = 10\ cm$$

$$T.Pitag.:\ 10^2 = x^2 + (3x-10)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 100 = x^2 + 9x^2 - 60x + 100 \rightarrow$$

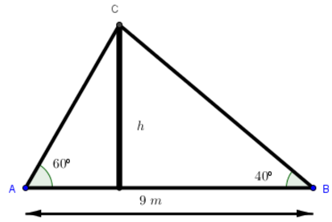
$$0 = x\cdot(10x - 60) \rightarrow \begin{cases} x = 10\ cm \rightarrow altura \\ 3x = 30\ cm \rightarrow Base \end{cases}$$

1.3.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones utilizando el método de Gauss: $\begin{cases} x - 4y - z = -2 \\ 3x + 2y - z = 0 \\ -2x + y + 2z = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x - 4y - z = -2 \xrightarrow{\cdot 1} x - 4y - z = -2 \rightarrow x = -2 + 4\cdot\dfrac{3}{7} + 0 = \dfrac{-1412}{7} = \dfrac{2}{7} \\ 3x + 2y - z = 0 \xrightarrow{2^a - 3\cdot 1^a} 0x + 14y + 2z = 6 \rightarrow z = \dfrac{6 - 14\cdot\dfrac{3}{7}}{2} = \dfrac{6-6}{2} = 0 \\ -2x + y + 2z = 1 \xrightarrow{3^a + 2\cdot 1^a} 0x - 7y + 0z = -3 \rightarrow y = \dfrac{-3}{-7} \end{cases}$$

1.4.-

Un mástil se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura: Halla el valor de la altura del mástil y la longitud del cable.



$\hat{C} = 180 - (60 + 40) = 80^\circ$

$$\frac{a}{Sen\ 60^\circ} = \frac{b}{Sen\ 40^\circ} = \frac{9}{Sen\ 80^\circ} \to \begin{cases} a = \dfrac{9 \cdot Sen\ 60^\circ}{Sen\ 80} = 7{,}91\ m \\ b = \dfrac{9 \cdot Sen\ 40^\circ}{Sen\ 80} = 5{,}87\,m \end{cases}$$

$$Sen\ 60^\circ = \frac{h}{5{,}87} \to$$

$$h = 5{,}87 \cdot Sen\ 60^\circ =$$

$$\to Cable = 7{,}91 + 5{,}87 = 13{,}78m$$

$$= 5'09\ m$$

1.5.- Resuelve la ecuación: $4Senx + 2Cos2x = 3$ y expresa sus soluciones en grados y radianes.

$$4Senx + 2Cos2x = 3 \to 4Senx + 2 \cdot \left(Cos^2 x - Sen^2 x\right) = 3 \to 4senx + 2 \cdot \left(1 - Sen^2 x - Sen^2 x\right) = 3 \to$$

$$\to -4Sen^2 x + 4Senx - 1 = 0 \to Sen\ x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-16}}{-8} = \frac{-4 \pm 0}{-8} = \frac{1}{2} \to$$

$$\to Sen\ x = \frac{1}{2} \xrightarrow{CALC.} \begin{cases} x = 30^\circ + 360k = \dfrac{1}{6}\pi + 2\pi k\ Rad. \\ x = 150^\circ + 360k = \dfrac{5}{6}\pi + 2\pi k\ Rad \end{cases}$$

1.6.- Sabiendo que $sen\ \alpha = -\dfrac{1}{2}$ siendo $\alpha \in III^{er}$ cuadrante. Se te pide:

a) Determina, sin usar la calculadora ni el valor de α, el resto de las razones trigonométricas de dicho ángulo razonando la localización del ángulo y los signos de las mismas.

$$\alpha \in 3^\circ \to \begin{cases} Cos\ \alpha < 0 \\ Tan\ \alpha > 0 \end{cases}$$

$$sen^2\alpha + Cos^2\beta = 1 \to \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + Cos^2\alpha = 1 \to \frac{1}{4} + Cos^2\alpha = 1 \to Cos^2\alpha = \frac{3}{4} \to Cos\ \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \to$$

$$\to Tan\ \alpha = \frac{\frac{-1}{2}}{\frac{-\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

b) Utilizando los valores hallados en el apartado anterior y sin usar el valor de α, determinar:

b1) $cos(180^\circ + \alpha) = -Cos\ \alpha = -\dfrac{-\sqrt{3}}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

b2) $sen(30^\circ + \alpha) = Sen\ 30^\circ \cdot Cos\ \alpha + Cos\ 30^\circ \cdot Sen\ \alpha = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{-\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{-1}{2} = \dfrac{-\sqrt{3}}{2}$

b3) $tan(-\alpha) = -Tan\ \alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

2.ª EVALUACIÓN

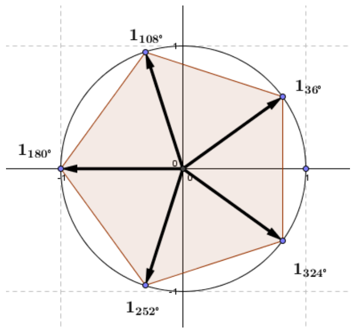
2.1.- El producto de dos números complejos es $2\sqrt{2}_{75^\circ}$. Sabiendo que uno de los números es $z_1 = 1 + i$, halla el otro número complejo y escríbelo en forma polar y binómica.

$$z_1 \cdot z_2 = 2\sqrt{2}_{75} \rightarrow \sqrt{2}_{45} \cdot z_2 = 2\sqrt{2}_{75} \rightarrow z_2 = \frac{2\sqrt{2}_{75^\circ}}{\sqrt{2}_{45}} = 2_{30^\circ} = 2(Cos\ 30^\circ + i \cdot Sen\ 30) = \sqrt{3} + i$$

$$z_1 = 1 + i \rightarrow \begin{cases} |z_1| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \\ Tan\ \alpha = \frac{1}{1} = 1 \xrightarrow{Cuad\ 1^\circ} \alpha = 45^\circ \end{cases} \rightarrow z_1 = \sqrt{2}_{45}$$

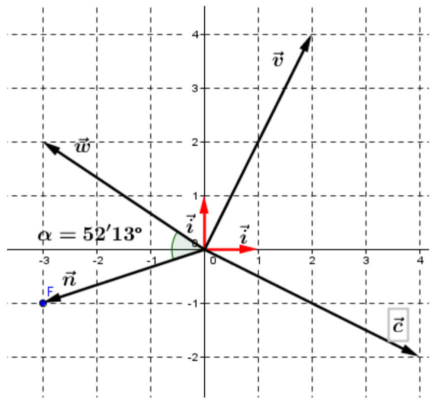
2.2.- Halla $\sqrt[5]{-1}$ e interpreta gráficamente sus soluciones.

$$z = \sqrt[5]{-1} = \sqrt[5]{1_{180^\circ}} = 1_{\frac{180^\circ + 360k}{5}} = 1_{36^\circ + 72k} \rightarrow \begin{cases} k = 0 \rightarrow z = 1_{36^\circ} \\ k = 1 \rightarrow z = 1_{108^\circ} \\ k = 2 \rightarrow z = 1_{180^\circ} \\ k = 3 \rightarrow z = 1_{252^\circ} \\ k = 4 \rightarrow z = 1_{324^\circ} \end{cases}$$



2.3.-

a) Expresar los vectores del gráfico en función de la base canónica $\vec{i}(1,0)$ y $\vec{j}(0,1)$) y determinar el módulo de los mismos.



$\vec{v} = (2,4);\quad \vec{w} = (-3,2);\quad \vec{n} = (-3,-1);\quad \vec{c} = (4,-2)$

$$|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$
$$|\vec{w}| = \sqrt{(-3)^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$
$$|\vec{n}| = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$$
$$|\vec{c}| = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

---

b) Determina el ángulo que forman los vectores $\vec{n}$ y $\vec{w}$.

$$Cos\ \alpha = \frac{\vec{n} \cdot \vec{w}}{|\vec{n}| \cdot |\vec{w}|} = \frac{(-3)\cdot(-3) + (-1)\cdot 2}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{13}} = \frac{7}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{13}} \rightarrow \alpha = 52{,}13^\circ$$

c) Determina un vector que sea, a la vez, unitario y perpendicular al vector $\vec{u}(4,6)$.

$$\vec{u}(4,6) \xrightarrow{Perpendicular} \vec{p}(-6,4) \xrightarrow{Unitario} \vec{q} = \frac{1}{|\vec{p}|}\vec{p} = \frac{(-6,4)}{\sqrt{(-6)^2 + 4^2}} = \frac{(-6,4)}{\sqrt{52}} = \frac{(-6,4)}{2\sqrt{13}} = \left(-\frac{3\sqrt{13}}{13}, \frac{2\sqrt{13}}{13}\right)$$

2.4.- Dadas las rectas r y s con ecuaciones:

$$r:\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = 1 + 2t \end{cases} \quad t \in r \qquad\qquad s: 10x + a\cdot y + 10 = 0$$

Calcula el valor de "**a**" para que:

a) r y s sean paralelas

$$\left.\begin{array}{l} \vec{V_r}(5,2) \\ \vec{V_s}(-a,10) \end{array}\right\} \xrightarrow{Pr\ oporcionales} \frac{5}{-a} = \frac{2}{10} \rightarrow a = \frac{5\cdot 10}{-2} = -25$$

b) r y s sean perpendiculares

$$\left.\begin{array}{l} m_r = \dfrac{2}{5} \\ m_s = \dfrac{10}{-a} \end{array}\right\} \rightarrow m_r \cdot m_s = -1 \rightarrow \frac{2}{5}\cdot\frac{10}{-a} = -1 \rightarrow a = \frac{2\cdot 10}{5} = 4$$

2.5.- Dados los puntos $A(-1,\ 1)$, $B(2,\ 4)$ y $C(3,\ -1)$, calcula la ecuación explícita de la recta perpendicular al segmento $\overline{AB}$ y que pase por C.

$$\vec{V_r} \perp \overrightarrow{AB} = (3,3) \rightarrow \vec{V_r} = (-1,1) \rightarrow m_r = \frac{1}{-1} = -1 \xrightarrow{P:P} y = -1 - 1\cdot(x-3) \rightarrow y = -x + 2$$

2.6.- La ecuación general de una cónica viene dada por la expresión: $25x^2 + 9y^2 - 150x = 0$.
Se te pide:

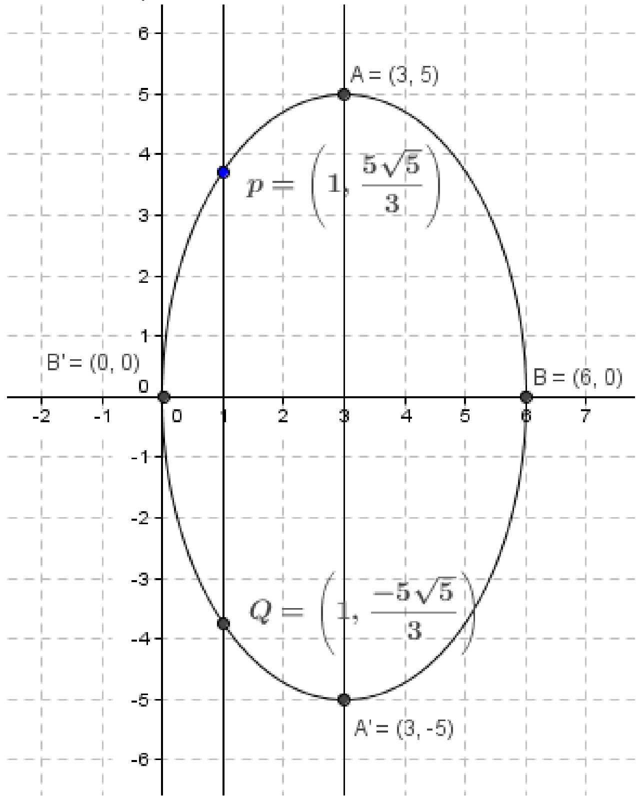
a) Obtén su ecuación reducida.

$$25x^2 + 9y^2 - 150x = 0 \rightarrow \left(25x^2 - 150x + \ldots\ldots\right) + 9(y)^2 = 0 \rightarrow 25 \cdot \left(x^2 - 6x + \ldots\ldots\right) + 9(y)^2 = 0 \ -$$

$$\rightarrow 25 \cdot \left(x^2 - 6x + 3^2\right) + 9(y)^2 = 25 \cdot 3^2 \rightarrow \frac{25(x-3)^2 + 9(y-0)^2}{25 \cdot 3^2} = 1 \rightarrow \frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-0)^2}{25} = 1$$

b) Identifícala, determina sus elementos y dibújala de forma aproximada.
Elementos::

$$\begin{cases} C(3,\ 0) \\ \left.\begin{array}{l} a = \sqrt{25} = 5 \\ b = \sqrt{9} = 3 \end{array}\right\} \rightarrow c = \sqrt{5^2 - 3^3} = \sqrt{16} = 4 \\ e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{4}{5} = 0'8 \\ \text{Vértices}: \begin{cases} A(3,5) & A'(3,-5) \\ B(6,0) & B' = (0,0) \end{cases} \\ \text{Focos}: \quad F(3,4) \quad F'(3,-4) \end{cases}$$



c) Determina las coordenadas de los puntos de la cónica propuesta que tienen por abscisa 1.

$$x = 1 \rightarrow 25 \cdot (1)^2 + 9y^2 - 150 \cdot 1 = 0 \rightarrow 9y^2 = 125 \rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{125}{9}} = \pm\frac{5\sqrt{5}}{3} \rightarrow \begin{cases} P\left(1, \dfrac{5\sqrt{5}}{3}\right) \\ Q\left(1, \dfrac{-5\sqrt{5}}{3}\right) \end{cases}$$

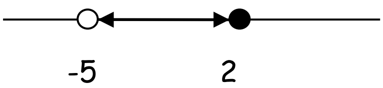
3.ª EVALUACIÓN. ANÁLISIS

3.1.-

a) Calcula el dominio de la función $f(x)=\sqrt{\dfrac{2-x}{x+5}}$.

$$f(x)=\sqrt{\frac{2-x}{x+5}} \rightarrow F.Irracional\ con\ x\ en\ denominador \xrightarrow{\text{deberá cumplir}} \begin{cases} \dfrac{2-x}{x+5} \geq 0 \\ x+5 \neq 0 \rightarrow x \neq -5 \end{cases}$$

$$Puntos\ críticos: \begin{cases} 2-x=0 \rightarrow x=2 \\ x+5=0 \rightarrow x=-5 \end{cases}$$



$$\left.\begin{array}{l} (-\infty,-5) \xrightarrow{-10} \dfrac{+}{-} = - \rightarrow NO \\ (-5,2) \xrightarrow{-1} \dfrac{+}{+} = + \rightarrow SÍ \\ (2,\infty) \xrightarrow{10} \dfrac{-}{+} = - \rightarrow NO \end{array}\right\} \rightarrow D(-5,2]$$

b) Dada la función $y=e^{2x-1}$, determina su función inversa/recíproca y comprueba que la función obtenida es efectivamente la inversa/recíproca de la propuesta para $x=3$.

$$y=e^{2x-1} \rightarrow y^{-1}=\frac{1+Ln\ x}{2}$$

$$\xrightarrow{x\leftrightarrow y} x=e^{2y-1} \rightarrow Ln\ x=(2y-1)\cdot Ln\ e \rightarrow y=\frac{1+Ln\ x}{2}$$

Debe ocurrir que: $y \circ y^{-1}(3) = y^{-1} \circ y(3) = 3 \rightarrow \begin{cases} y \circ y^{-1}(3) = y\left(\dfrac{1+Ln\ 3}{2}\right) = e^{2\cdot\frac{1+Ln\ 3-1}{2}} = e^{Ln\ 3} = 3 \\ y' \circ y(3) = y^{-1}(e^{6-1}) = \dfrac{1+ln\ e^5}{2} = \dfrac{1+5}{2} = 3 \end{cases}$

3.2.- Calcula:

a) Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a_1)

$$y=(x^4-5x)^{e^{3x}} \rightarrow Ln\ y = e^{3x}\cdot Ln(x^4-5x) \rightarrow \frac{y'}{y} = 3\cdot e^{3x}\cdot Ln(x^4-5x) + e^{3x}\cdot\frac{4x^3-5}{x^4-5x} \rightarrow$$

$$y'=(x^4-5x)^{e^{3x}}\cdot e^{3x}\cdot\left[3\cdot Ln(x^4-5x)+\frac{4x^3-5}{x^4-5x}\right]$$

a_2)

$$g(x)=arctan\sqrt{cos\ x} \rightarrow g'(x)=\frac{\dfrac{-Sen\ x}{2\sqrt{Cos\ x}}}{1+\left(\sqrt{Cos\ x}\right)^2}=\frac{-Sen\ x}{2\sqrt{Cos\ x}\cdot(1+Cos\ x)}$$

b) El siguiente límite: $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+5}{x-2}\right)^{\frac{x^2-9}{3x-1}} =$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+5}{x-2}\right)^{\frac{x^2-9}{3x-1}} = e^{\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^2-9}{3x-1}\cdot\left(\frac{x+5}{x-2}-1\right)\right]} = e^{\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^2-9}{3x-1}\cdot\left(\frac{x+5-x+2}{x-2}\right)\right]} = e^{\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^2-9}{3x-1}\cdot\frac{7}{x-2}\right]} = e^{\lim_{x\to\infty}\left[\frac{7x^3\ldots\ldots}{3x^2\ldots\ldots}\right]} = e^{\frac{7}{3}}$$

$\downarrow RG$

$$\left(\frac{\infty}{\infty}\right)^{\frac{\infty}{\infty}} = 1^{\infty}$$

3.3.- Dada la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x^2-3x} & si \quad x \le 2 \\ \dfrac{k\cdot x}{x-6} & si \quad x > 2 \end{cases}$. Se te pide:

a) Determina el valor de "k" para que la función sea continua en $x = 2$.

Se deberá cumplir:

$$f(2) = \lim_{x\to 2} f(x) \to \begin{cases} f(2) = \dfrac{2}{2^2 - 3\cdot 2} = \dfrac{2}{-2} = -1 \\ \lim_{x\to 2} f(x) \to \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x\to 2^-} \dfrac{x}{x^2-3x} = -1 \\ \lim_{x\to 2^+} \dfrac{kx}{x-6} = \dfrac{2k}{2-6} = \dfrac{-k}{2} \end{array} \right\} \to -1 = \dfrac{-k}{2} \to k = 2 \end{cases}$$

b) Para $k = 2$. Estudia su dominio, su continuidad en los puntos $x = 0$, $x = 3$ y $x = 6$, y clasifica las distintas discontinuidades que localices.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x^2-3x} & si \quad x \le 2 \\ \dfrac{2\cdot x}{x-6} & si \quad x > 2 \end{cases}$$

Continuidad en $x = 0$

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = \dfrac{0}{0^2 - 3\cdot 0} = \dfrac{0}{0} \to \nexists f(0) \\ \lim_{x\to 0} \dfrac{x}{x^2-3x} = \lim_{x\to 0}\dfrac{1}{x-3} = \dfrac{1}{0-3} = \dfrac{-1}{3} \end{array} \right\} \to D.Evitable.Punto\_Hueco$$

$\downarrow RG$

$$\frac{0}{0} IND \to \frac{x}{x\cdot(x-3)} = \frac{1}{x-3}$$

Continuidad en $x = 3$

$$\left. \begin{array}{l} f(3) = \dfrac{2\cdot 3}{3-6} = \dfrac{12}{-3} = -4 \\ \lim_{x\to 3} \dfrac{2x}{x-6} = -4 \end{array} \right\} \to Continua$$

Continuidad en $x = 6$

$$\left.\begin{array}{l} f(6) = \dfrac{2 \cdot 6}{6-6} = \dfrac{12}{0} \to \nexists f(6) \\ \lim\limits_{x \to 6} \dfrac{2x}{x-6} = \pm\infty \end{array}\right\} \to D.Evitable.Salto\_Infinito$$

$\downarrow RG$

$$\frac{12}{0} = \pm\infty$$

3.4.- Dada la función $y = \dfrac{x^3+1}{x^2}$, cuya primera derivada es: $y' = \dfrac{x^3-2}{x^3}$, y su segunda derivada es: $y'' = \dfrac{6}{x^4}$. Se te pide:

a) Dominio y cortes con los ejes.

$y = \dfrac{x^3+1}{x^2} \to F.Racional\ con\ "x"\ en\ el\ \ \ deno\min ador$. El dominio estará formado por todos los valores menos los que anulan el denominador, es decir: $D = \Re - \{0\}$

Cortes Ejes:

Abscisas: $y = 0 \to \dfrac{x^3+1}{x^2} = 0 \to x^3 + 1 = 0 \to x = \sqrt[3]{-1} = -1 \to (-1,0)$

Ordenadas: $x = 0 \to y = \dfrac{0^3+1}{0^2} = \dfrac{1}{0} \nexists F(0)$

b) Sus asíntotas (y posición de la función respecto a ellas).

A.Vertical: Si la hay la habrá en $x = 0$, pero además se deberá cumplir: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^3+1}{x^2} = \pm\infty$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^3+1}{x^2} = \pm\infty \to \begin{cases} \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{x^3+1}{x^2} = \dfrac{+}{+}\infty = +\infty \\ \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{x^3+1}{x^2} = \dfrac{+}{+}\infty = +\infty \end{cases}$$

$\downarrow RG$

$$\frac{1}{0} = \pm\infty$$

A. Oblicua: La hay porque GN=GD+1, será de la forma: $y = mx + n$

$$\left.\begin{array}{l} m = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^3+1}{x^3} = 1 \\ n = \lim\limits_{x \to \infty} [f(x) - mx] = \lim\limits_{x \to \infty} \left[\dfrac{x^3+1}{x^2} - 1 \cdot x\right] = \lim\limits_{x \to \infty} \left[\dfrac{x^3+1-x^3}{x^2}\right] = \lim\limits_{x \to \infty} \left[\dfrac{1}{x^2}\right] = 0 \end{array}\right\} \to y = x$$

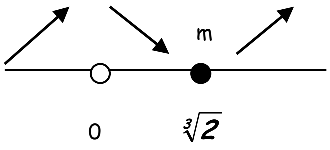
Posición

$$\lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - (mx+n)] = \lim_{x \to \pm\infty} \left[\frac{x^3+1}{x^2} - 1 \cdot x\right] = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{1}{x^2} \to \begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{+}{+}0 = 0^+ \to Por\_encima \\ \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{+}{+}0 = 0^+ \to Por\_encima \end{cases}$$

c) Monotonía, crecimientos-extremos

Se estudia estudiando el signo de la 1ª derivada: $y' = \dfrac{x^3 - 2}{x^3}$

Puntos críticos: $\begin{cases} x^3 - 2 = 0 \rightarrow x = \sqrt[3]{2} \rightarrow P.M - m \\ \\ x = 0 \rightarrow \nexists F(0) \end{cases}$



$(-\infty,0)\xrightarrow{-10}\dfrac{-}{-} = + > 0 \rightarrow Crece$

$(0,\sqrt[3]{2})\xrightarrow{1}\dfrac{-}{+} = - < 0 \rightarrow Decrece$

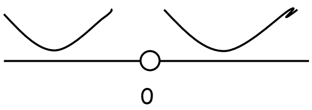
$(\sqrt[3]{2},\infty)\xrightarrow{10}\dfrac{+}{+} = + > 0 \rightarrow Crece$

$$x = \sqrt[3]{2} \rightarrow y = \frac{(\sqrt[3]{2})^3 + 1}{(\sqrt[3]{2})^2} = \frac{3\sqrt[3]{2}}{2} \rightarrow m\left(\sqrt[3]{2}, \frac{3\sqrt[3]{2}}{2}\right).\ \text{Mínimo}$$

d) Curvatura-puntos de inflexión.

Se estudia con el signo de la 2ª derivada: $y'' = \dfrac{6}{x^4}$

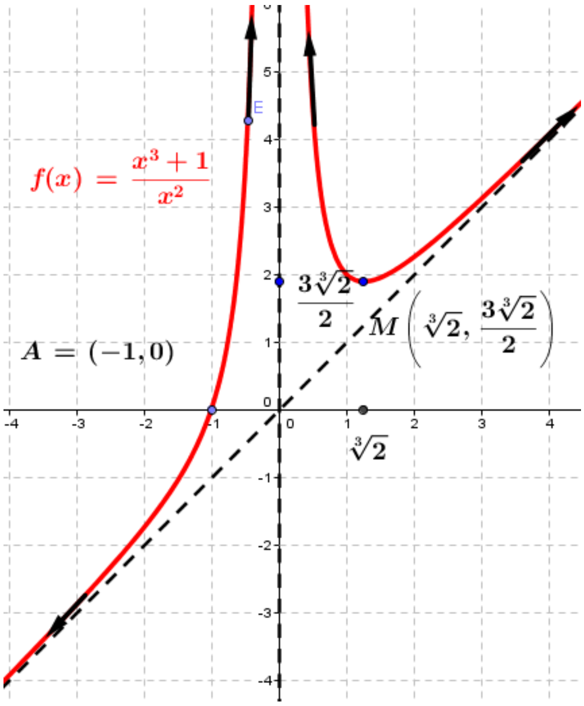
Puntos críticos: $6 = 0 \rightarrow No\_Hay\_p\_Inflexión$



$(-\infty,0)\xrightarrow{-10}\dfrac{+}{+} = + > 0 \rightarrow Cócava \cup$

$(0,)\xrightarrow{1}\dfrac{+}{+} => 0 \rightarrow Cóncava \cup$

e) Realiza un esbozo de la gráfica, indica el recorrido y clasifica los puntos de discontinuidad.



$Re\ corrido : (-\infty, \infty)$

Discontinua Inevitable de Salto infinito en $x = 0$