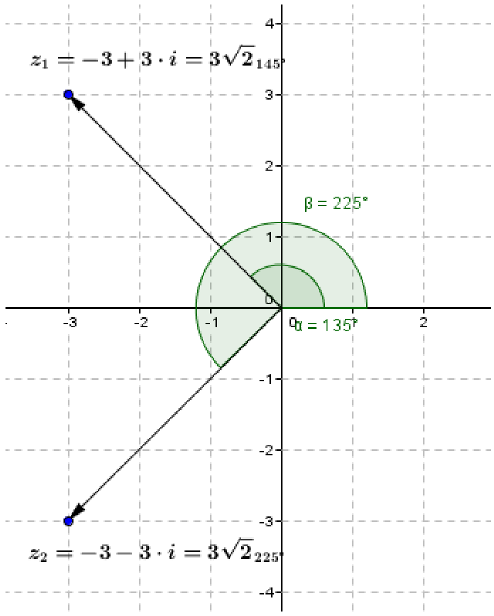
I.E.S. TIERRA ESTELLA — MATEMÁTICAS 1.º BACH Ciencias

Conv. Extraordinaria Junio 2017 — 20/06/2017 — NOTA:

Nombre

1.- Resuelve la ecuación $z^2+6z+18=0$ en el conjunto de los números complejos. Escribe sus soluciones de forma polar, binómica y represéntalas gráficamente. **10p**



$$z^2+6z+18=0 \rightarrow z=\frac{-6\pm\sqrt{36-72}}{2}=\frac{-6\pm\sqrt{-36}}{2}=$$

$$=\frac{-6\pm\sqrt{36}\cdot\sqrt{-1}}{2}=\frac{-6\pm 6i}{2}=\begin{cases} z_1=-3+3i \\ z_2=-3-3i \end{cases}$$

$$z_1=-3+3i \rightarrow \begin{cases} |z_1|=\sqrt{(-3)^2+(3)^2}=3\sqrt{2} \\ Tan\ \alpha=\frac{3}{-3}=-1 \rightarrow \alpha=-45 \xrightarrow{NO} \alpha=135º \end{cases}$$

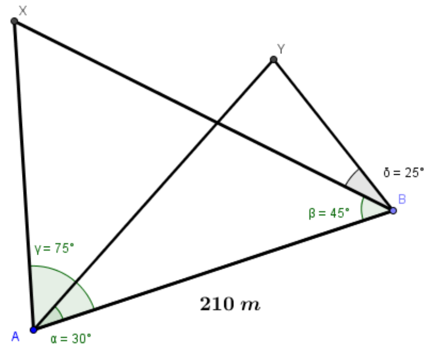
$$z_1=3\sqrt{2}_{135º} \qquad z_2=3\sqrt{2}_{225º}$$

2.- Resuelve aplicando el método de Gauss el siguiente sistema de ecuaciones, a la vista del resultado clasifica dicho sistema de ecuaciones: **10p**

$$\begin{cases} -x+2y+5z=-5 \xrightarrow{\cdot 1} & -x+2y+5z=-5 \xrightarrow{\cdot 1} -x+2y+5z=-5 \rightarrow *** \\ 2x-3y+z=2 \xrightarrow{2^a+2\cdot 1^a} & y+11z=-8 \xrightarrow{\cdot 1} \quad y+11z=-8 \rightarrow ** \\ 3x-4y-2z=8 \xrightarrow{3^a+3\cdot 1^a} & 2y+13z=-7 \xrightarrow{3^a-2\cdot 1^a} \quad -9z=9 \rightarrow * \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} * \rightarrow z=\frac{9}{-9}=-1 \\ ** \rightarrow y+11\cdot(-1)=-8 \rightarrow y=3 \\ *** \rightarrow x+2\cdot 3+5\cdot(-1)=-5 \rightarrow x=6 \end{array}\right\} \rightarrow Sistema\ Compatible\ Deter\min ado$$

3.- Calcular la distancia entre dos puntos inaccesibles (X e Y) si desde dos puntos, A y B que distan entre sí 210 m. se observan los puntos X e Y bajo las visuales que muestra la figura. **15p**



a) En el triángulo AXB, determina la medida del lado AX.

$$\hat{X} = 180 - (75 + 45) = 60^o$$

$$T.Seno: \frac{210}{Sen\ 60^o} = \frac{AX}{Sen\ 45^o} \rightarrow AX = \frac{210 \cdot Sen\ 45^o}{Sen\ 60^o} = 171,46m$$

b) En el triángulo AYB, determina la medida del lado AY.

$$\hat{Y} = 180 - (70 + 30) = 80^o$$

$$T.Seno: \frac{210}{Sen\ 80^o} = \frac{AY}{Sen\ 70^o} \rightarrow AY = \frac{210 \cdot Sen\ 70^o}{Sen\ 80^o} = 200,38m$$

c) Si $AX = 171,46m$ y $AY = 200,38m$, calcula en el triángulo AXY, la distancia XY.

$$\hat{A}_1 = 75^o - 30^o = 45^o$$

$$T.Coseno: AX = \sqrt{200,38^2 + 171,46^2 - 2 \cdot 200,38 \cdot 171,46 \cdot Cos\ 45} = 144,78m$$

4.- Dadas las rectas: $r: \begin{cases} x = 1 + k \\ y = 2k \end{cases}$ $\qquad s: \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-1}{1}$

a) Determinar la posición relativa de ambas rectas. **5p**

$$\left.\begin{array}{l} \vec{V_r} = (1,2) \\ \vec{V_s} = (3,1) \end{array}\right\} \rightarrow \frac{1}{3} \neq \frac{2}{1} \rightarrow Componentes\ NO\ proporcionales \rightarrow SE\ CORTAN$$

b) Determinar la ecuación explícita de la recta que pase por el origen de coordenadas y sea paralela a r. **5p**

$$t: \begin{cases} // r \rightarrow \vec{V_t} = (1,2) \rightarrow m_r = \dfrac{2}{1} = 2 \xrightarrow{E.P.P.} y = 0 + 2 \cdot (x - 0) \rightarrow y = 2x \\ O(0,0) \end{cases}$$

c) Determinar la ecuación general de la recta que pase por el punto $P(-1, 0)$ y sea perpendicular a la recta "s". **5p**

$$q: \begin{cases} \perp s \rightarrow \vec{V_q} = (-1,3) \rightarrow m_r = \dfrac{3}{-1} = -3 \xrightarrow{E.P.P.} y = 0 - 3 \cdot (x + 1) \rightarrow y = -3x - 3 \rightarrow \\ P(-1,0) \end{cases}$$

$$\rightarrow q: 3x + y + 3 = 0$$

5.-Calcular:

a) El límite: = **10p**

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{2x-3}{x-1}\right)^{\frac{x+1}{x^2-4}} = e^{\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{2x-3}{x-1}-1\right)\cdot\frac{x+1}{x^2-4}} = e^{\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{2x-3-x+1}{x-1}\right)\cdot\frac{x+1}{(x+2)\cdot(x-2)}} = e^{\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{x-2}{x-1}\right)\cdot\frac{x+1}{(x+2)\cdot(x-2)}} = e^{\lim\limits_{x\to 2}\frac{x+1}{(x-1)\cdot(x+2)}} = e^{\frac{3}{1\cdot 4}} = e^{\frac{3}{4}}$$

$\downarrow$ *R.G.*

$$\left(\frac{4-3}{2-1}\right)^{\frac{2+1}{4-4}} = 1^{\infty} \to IND.\ N^o\ e$$

b) La derivada de: **10p**

$$y = (Sen\ x)^{Tan\ x^2} \xrightarrow{Logaritmos} Ln\ y = Tan\ x^2 \cdot Ln(Sen\ x) \to$$

$$\to \frac{y'}{y} = \frac{2x}{Cos^2 x^2}\cdot Ln(Sen\ x) + Tan\ x^2 \cdot \frac{Cos\ x}{Sen\ x} \to$$

$$\to y' = (Sen\ x)^{Tan\ x^2}\cdot\left[\frac{2x}{Cos^2 x^2}\cdot Ln(Sen\ x) + \frac{Tan\ x^2}{Tan\ x}\right]$$

6.- Calcula el valor de "**a**" para que la siguiente función sea continua: **10p**

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x + 1 & si\ x \le 1 \\ \\ 3a + Lnx & si\ x > 1 \end{cases}$$

Se trata de estudiar la continuidad en $x = 1$, para ello se deberá cumplir:

$$f(1) = \lim_{x\to 1} f(x) \to \begin{cases} f(1) = a\cdot 1^2 - 2\cdot 1 + 1 = a - 1 \\ \lim\limits_{x\to 1} f(x) = \begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^-}(ax^2 - 2x + 1) = a - 1 \\ \\ \lim\limits_{x\to 1^+}(3a + Ln\ x) = 3a \end{cases} \end{cases} \to a - 1 = 3a \to 2a = -1 \to a = \frac{-1}{2}$$

7.- Dada la función $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-1}$, sabiendo que $f'(x) = \frac{-4x}{(x^2-1)^2}$ y $f''(x) = \frac{12x^2+4}{(x^2-1)^3}$, realiza un estudio de la misma (dominio, cortes con ejes, asíntotas, monotonía, curvatura) y realiza un esbozo de la misma indicando su recorrido **20p**

Dominio: $x^2 - 1 \ne 0 \to x \ne \pm 1 \to D = \Re - \{-1,1\}$

Cortes ejes:

Abscisas: $y = 0 \to 2x^2 = 0 \to x = 0 \to (0,0)$

Ordenadas: $x = 0 \to y = \frac{2\cdot 0^2}{0^2-1} = 0 \to (0,0)$

Asíntotas:

A.V.: Si la hay la habrá donde se anule el denominador, es decir: $x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$, además lo limites en esos puntos debe valer $\pm\infty$

$$\lim_{x \to -1} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \pm\infty \xrightarrow{\text{Posición}} \begin{cases} \lim\limits_{x \to -1^-} \dfrac{2x^2}{x^2 - 1} = \dfrac{+}{+}\infty = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{2x^2}{x^2 - 1} = \dfrac{+}{-}\infty = -\infty \end{cases}$$

$$\downarrow RG$$

$$\frac{-2}{0} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = \pm\infty \xrightarrow{\text{Posición}} \begin{cases} \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{2x^2}{x^2 - 1} = \dfrac{+}{-}\infty = -\infty \\ \lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{2x^2}{x^2 - 1} = \dfrac{+}{+}\infty = +\infty \end{cases}$$

$$\downarrow RG$$

$$\frac{-2}{0} = \pm\infty$$

A.H.: La hay porque Grado Num.=Grado Den. El límite en el $\pm\infty$ tiene que ser un número finito.

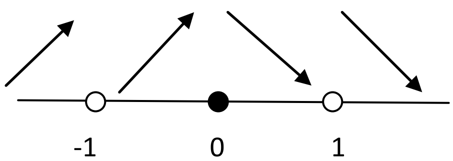
$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{2x^2}{x^2 - 1} = 2 \xrightarrow{\text{Posición}} \begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x^2}{x^2 - 1} = \dfrac{+}{+}0 = 0^+ \text{ por encima} \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x^2}{x^2 - 1} = \dfrac{+}{+}0 = 0^+ \text{ por encima} \end{cases}$$

$$\downarrow RG$$

$$\frac{\infty}{\infty} = \frac{2}{1} = 2$$

Monotonías: Hay que estudiar el signo de la 1 derivada.

$$f'(x) = \frac{-4x}{(x^2 - 1)^2} \xrightarrow{P.C.} \begin{cases} -4x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow P.M. - m. \\ (x^2 - 1) = 0 \rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$



$$(-\infty, -1) \xrightarrow{-10} y' = \frac{+}{+} = + > 0 \text{ Crece } \uparrow$$

$$(-1, 0) \xrightarrow{-0'5} y' = \frac{+}{+} = + > 0 \text{ Crece } \uparrow$$

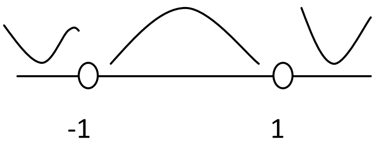
$$(0, 1) \xrightarrow{0'5} y' = \frac{-}{+} =< 0 \text{ Decrece } \downarrow$$

$$(1, \infty) \xrightarrow{10} y' = \frac{-}{+} = - < 0 \text{ Decrece } \downarrow$$

Hay un máximo en $x = 0 \rightarrow y = \dfrac{2 \cdot 0^2}{0^2 - 1} = 0 \rightarrow Máx(0,0)$

Curvaturas: Hay que estudiar el signo de la 2ª derivada.

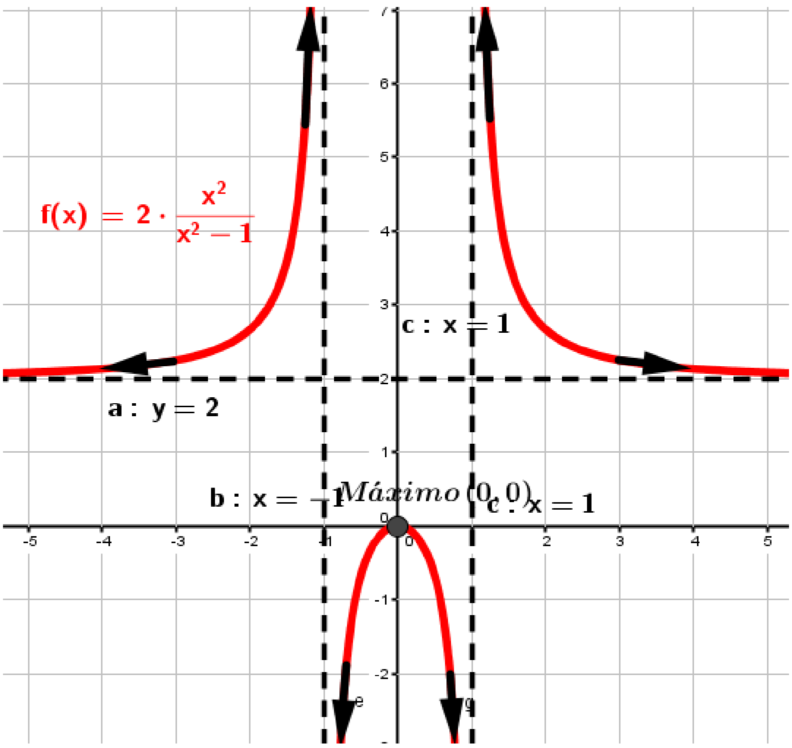
$$f''(x) = \frac{12x^2+4}{(x^2-1)^3} \xrightarrow{P.C.} \begin{cases} 12x^2+4 \to x = \pm\sqrt{\frac{-1}{3}} \to Im\ posible \to NO\ HAY\ P.I. \\ x^2-1=0 \to x = \pm 1 \end{cases}$$



$$(-\infty,-1) \xrightarrow{-10} y'' = \frac{+}{+} = + > 0 \text{ Cóncava } \cup$$

$$(-1,1) \xrightarrow{0} y' = \frac{+}{-} = - < 0 \text{ Convexa } \cap$$

$$(1,\infty) \xrightarrow{10} y' = \frac{+}{+} => 0 \text{ Cóncava } \cap$$



Re corrido : $(-\infty,0] \cup (2,\infty)$