I.E.S. TIERRA ESTELLA MATEMÁTICAS I - 1º Bchto

Aritmética, Álgebra y Trigonometría 01/12/2017 NOTA

Nombre:

1.-

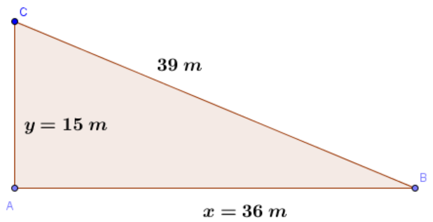
a) Hallar la posición del término de grado 3 (exponente de la x igual a 3) del desarrollo de $\left(\frac{3}{2x^2}+2x\right)^{12}$ y a continuación determina dicho término completamente operado y simplificado.

$$\binom{12}{n}\cdot\left(\frac{3}{2x^2}\right)^{12-n}\cdot(+2x)^n=\binom{12}{n}\cdot\left(\frac{3}{2x^2}\right)^{12-n}\cdot 2^n\frac{x^n}{(x^2)^{12-n}}=\binom{12}{n}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{12-n}\cdot 2^n\frac{x^n}{x^{24-2n}}\to n-24+2n=3\to$$

$$\to 3n=27\to n=9\to \text{TÉRMINO}: 10$$

$$\text{Tér min o } 10=\binom{12}{9}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{12-9}\cdot 2^9\frac{x^9}{x^{24-2\cdot 9}}=\frac{12\cdot 11\cdot 10}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{3^3}{2^3}\cdot 2^9\cdot x^3=380.160x^3$$

2.- El perímetro de un triángulo rectángulo es 90 m., si la hipotenusa mide 39 m. Plantea y resuelve el sistema de ecuaciones que te permite calcular los catetos del mismo.



$$\begin{cases} x^2+y^2=39^2\to(51-y)^2+y^2=1.521\xrightarrow{\;*\;} \\ x+y+39=90\to x=51-y\begin{cases} y_1=36\to x_1=51-36=15\ m \\ y_2=15\to x_1=51-15=36\ m\end{cases}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\;*\;}2.601+y^2-102y+y^2=1521\to 2y^2-102y+1080=0\to$$

$$\to y^2-51y+540=0\to y=\frac{51\pm\sqrt{2.601-2160}}{2}=\frac{51\pm 21}{2}=$$

$$=\begin{cases} y_1=\frac{51+21}{2}=36\ m \\ y_2=\frac{51221}{2}=15\ m\end{cases}\to \text{Los catetos miden 15 y 36 metros}$$

3.- Resuelve, ***UNA***, de las siguientes ecuaciones:

a)

$$4^{x-1}+2^x=6\cdot 2^{x-1}\to(2^2)^{x-1}+2^x=6\cdot 2^{x-1}\to 2^{2x-2}+2^x=6\cdot 2^{x-1}\to\frac{(2^x)^2}{2^2}+2^x=\frac{6}{2^1}\cdot 2^x\to$$

$$\xrightarrow{2^x=A}\frac{A^2}{4}+A=3A\to A^2-8A=0\to A\cdot(A-8)=0\to\begin{cases} A=0\to 2^x=0\to\not\exists \\ A=8\to 2^x=2^3\to x=3\end{cases}$$

b)

$$Log_2(x+2)+Log_2(5-3x)=2+Log_2(5+3x)\rightarrow Log_2[(x+2)\cdot(5-3x)]=Log_2[2^2\cdot(5+3x)]\rightarrow$$

$$\rightarrow(x+2)\cdot(5-3x)=4\cdot(5+3x)\rightarrow -3x^2-x+10=20+12x\rightarrow 0=3x^2+13x+10\rightarrow$$

$$\rightarrow x=\frac{-13\pm\sqrt{169-120}}{6}=\frac{-13\pm 7}{6}=\begin{cases}\dfrac{-6}{6}=-1 \text{ Sí vale aparecen Log de nº Positivos}\\[2ex] \dfrac{-20}{6}=\dfrac{-10}{3} \text{ No vale aparecen Log de nº Negativos}\end{cases}$$

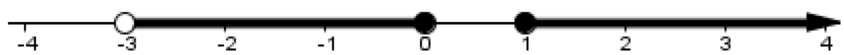
4.- Raliza, UNO, de los siguientes apartados:

a) Resuelve la siguiente inecuación:

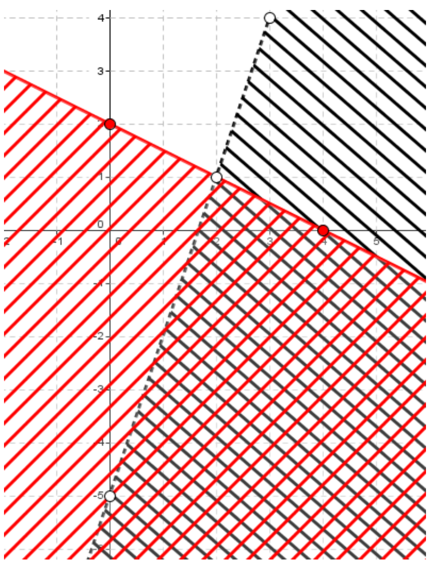
$$x-4\geq\frac{-12}{x+3}\rightarrow x-4+\frac{12}{x+3}\geq 0\rightarrow\frac{x^2+3x-4x-12+12}{x+3}\geq 0\rightarrow\frac{x^2-x}{x+3}\geq 0$$

$$\text{P.Críti cos}:\begin{cases}x^2-x=0\rightarrow x\cdot(x-1)=0\rightarrow\begin{cases}x=0\\ x-1=0\rightarrow x=1\end{cases}\rightarrow \text{Re llenos}(=)\\ x+3=0\rightarrow x=-3\rightarrow \text{Hueco}(\text{Anula deno min ador})\end{cases}$$

$$\begin{cases}(-\infty,-3)\xrightarrow{-10}\frac{+}{-}=-<0\rightarrow No\\ (-3,0)\xrightarrow{-1}\frac{+}{+}=+>0\rightarrow Sí\\ (0,1)\xrightarrow{0,5}\frac{-}{+}=-<0\rightarrow No\\ (1,\infty)\xrightarrow{10}\frac{+}{+}*0>0\rightarrow Sí\end{cases}\rightarrow \text{Solución}:\begin{cases}(-3,0]\cup[1,\infty)\\ \{x\in\Re/-3<x\leq 2\cup x\geq 1\}\end{cases}$$



Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones: $\begin{cases}3x-y>5\\ x+2y\leq 4\end{cases}$



x	y=3x-5
0	-5
2	1
3	4

$(0,0)$
$3\cdot 0-0>5$
NO

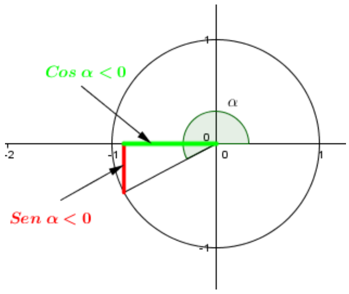
x	y=(4-x)/2
0	2
2	1
4	0

$(0,0)$
$0+2\cdot 0\leq 4$
SÍ

5.-Sabiendo que $\alpha > \pi$ *rad.* y que $Tan\ \alpha = \sqrt{2}$. Se te pide:

a) Razona el signo de las razones trigonométricas de dicho ángulo y sin utilizar la calculadora determina el valor del resto de sus razones trigonométricas.

$$\begin{cases} Tan\ \alpha = \sqrt{2} > 0 \rightarrow 1^o \ o \ 3^o \\ \alpha > \pi \ rad \rightarrow 3^o \ o \ 4^o \end{cases} \rightarrow \alpha \in 3^o \rightarrow \begin{cases} Sen\ \alpha < 0 \\ Cos\ \alpha < 0 \end{cases}$$



$$Tan\ \alpha = \sqrt{2} \rightarrow \frac{Sen\ \alpha}{Cos\ \alpha} = \sqrt{2} \rightarrow Sen\ \alpha = \sqrt{2} \cdot Cos\ \alpha$$

$$\left(\sqrt{2} \cdot Cos\ \alpha\right)^2 + Cos^2\alpha = 1 \rightarrow 2 \cdot Cos^2\alpha + Cos^2\alpha = 1 \rightarrow$$

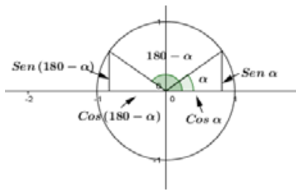
$$\rightarrow 3 \cdot Cos^2\alpha = 1 \rightarrow Cos^2\alpha = \frac{1}{3} \rightarrow Cos\ \beta = -\sqrt{\frac{1}{3}} \rightarrow$$

$$\rightarrow Cos\ \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow Sen\ \alpha = -\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{-\sqrt{6}}{3}$$

b) Hallar sin la calculadora: $Cos(60^o - \alpha)$ y $Tan(180^o - \alpha)$

$$Cos(60^o\ \alpha) = Cos\ 60^o \cdot Cos\ \alpha + Sen\ 60^o \cdot Sen\ \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{-\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{-\sqrt{6}}{3} = \frac{-\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{6}$$

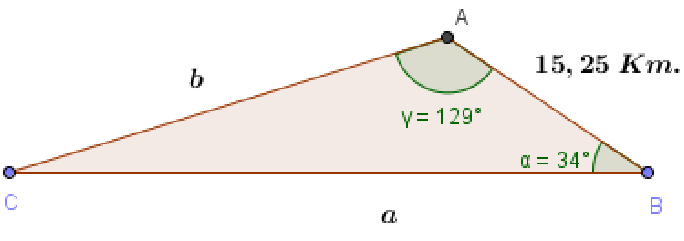
$$Tan(180^o - \alpha) = \frac{Sen(180 - \alpha)}{Cos(180 - \alpha)} = \frac{Sen\ \alpha}{-Cos\ \alpha} = -Tan\ \alpha = -\sqrt{2}$$

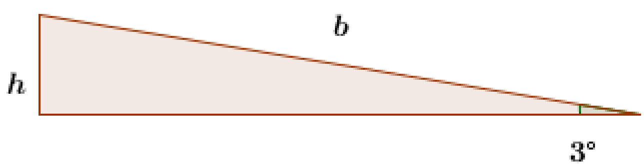


c) Usando la calculadora, determina de forma razonada los valores de α en grados y radianes.

$$Tan\ \alpha = \sqrt{2} \xrightarrow{Calc.} \alpha = 54'74^o \xrightarrow{NO} \alpha = 54'74^o + 180^o = 234'74^o = \frac{234'74}{180}\pi\ rad$$

6.- Desde los extremos de la bahía de Alcudia (Mallorca), separados por una distancia de 15,25 Km., se divisa la cima de Puig Mayor. Un equipo de topógrafos han realizado distintas medidas representadas en el croquis adjunto, donde A y B son los extremos de la bahía mencionados y C representa a la cima de monte. Además el ángulo de elevación de l cima vista A es de 3º, Se te pide:





a) Las distancias $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$

$$\hat{C} = 180 - (129 + 34) = 17^o$$

$$\frac{b}{Sen\ 34} = \frac{15{,}25}{Sen\ 17} \rightarrow b = \frac{15{,}25 \cdot Sen\ 34}{Sen\ 17} = 29'167\,Km$$

$$\frac{a}{Sen\ 129} = \frac{15{,}25}{Sen\ 17} \rightarrow b = \frac{15{,}25 \cdot Sen\ 129}{Sen\ 17} = 40'536\,Km$$

c) Altura de la cima: $Sen\ 3 = \dfrac{h}{29'167} \rightarrow h = 29'167 \cdot Sen\ 3 = 1'527\,KM$

7.-

a) Comprueba la siguiente identidad: $\frac{Sen\ \alpha}{1 + Cos\ \alpha} + \frac{1 + Cos\ \alpha}{Sen\ \alpha} = \frac{2}{Sen\ \alpha}$

$$\frac{Sen\ \alpha}{1 + Cos\ \alpha} + \frac{1 + Cos\ \alpha}{Sen\ \alpha} = \frac{Sen^2\alpha + (1 + Cos\ \alpha)^2}{(1 + Cos\ \alpha)\cdot Sen\ \alpha} = \frac{Sen^2\alpha + 1 + Cos^2\alpha + 2\cdot Cos\ \alpha}{(1 + Cos\ \alpha)\cdot Sen\ \alpha} =$$

$$= \frac{2 + 2\cdot Cos\ \alpha}{(1 + Cos\ \alpha)\cdot Sen\ \alpha} = \frac{2\cdot(1 + \cdot Cos\ \alpha)}{(1 + Cos\ \alpha)\cdot Sen\ \alpha} = \frac{2}{Sen\ \alpha}$$

b) Resuelve la siguiente ecuación: $3\cdot Tan\ x = 2\cdot Cos\ x$

$$3\cdot Tan\ x = 2\cdot Cos\ x \rightarrow 3\cdot\frac{Sen\ x}{Cos\ x} = 2\cdot Cos\ x \rightarrow 3\cdot Sen\ x = 2\cdot Cos^2 x \rightarrow$$

$$\rightarrow 3\cdot Sen\ x = 2\cdot(1 - Sen^2 x) \rightarrow 2\cdot Sen^2 x + 3\cdot Sen\ x - 2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow Sen\ x = \frac{-3 \pm\sqrt{9+16}}{4} = \frac{-3\pm 5}{4} = \begin{cases} Sen\ x = -2 \rightarrow Im\ posible \\ Sen\ x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \begin{cases} 30^\circ + 360^\circ\ k = \frac{\pi}{6} + 2\pi k\ rad \\ 150^\circ + 360^\circ\ k = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k\ rad \end{cases} \end{cases}$$