I.E.S. TIERRA ESTELLA MATEMÁTICAS I - 1º Bchto

Aritmética, Álgebra y Trigonometría Recuperación 1ª Ev. 22/12/2017

Nombre:

1.- Obtén el cuarto término correspondiente al desarrollo de la potencia del binomio: $\left(3x^2 - \frac{2}{3x}\right)^4$, deberás dar el resultado completamente operado y simplificado. *0'75p*

$$4^{o}\ \text{tér min o} \rightarrow \binom{4}{3} \cdot \left(3x^2\right)^1 \cdot \left(-\frac{2}{3x}\right)^3 = \frac{4\cdot 3\cdot 2}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot 3\cdot x^2 \cdot \frac{-2^3}{3^3\cdot x^3} = -\frac{32}{9x}$$

2.- Resuelve, ***dos***, de las siguientes ecuaciones:

a) $|x-5| + x = 9$ *1p*

$$P.\text{Críti cos}:\ x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$$

$$(-\infty,\ 5) \xrightarrow{0} x - 5 < 0 \rightarrow |x-5| = 5 - x \rightarrow 5 - x + x = 9 \rightarrow 0x = 4 \rightarrow \text{Im posible}$$

$$(5,\ \infty) \xrightarrow{-10} x - 5 > 0 \rightarrow |x-5| = x - 5 \rightarrow x - 5 + x = 9 \rightarrow 2x = 14 \rightarrow x = 7$$

$$\text{Solución}:\ x = 6$$

b) *1p*

$$9^x - 2\cdot 3^{x+1} = 27 \rightarrow \left(3^2\right)^x - 2\cdot 3\cdot 3^x - 27 = 0 \rightarrow \left(3^x\right)^2 - 6\cdot 3^x - 27 = 0 \xrightarrow{3^x = A}$$

$$\rightarrow A^2 - 6A - 27 = 0 \rightarrow A = \frac{6 \pm \sqrt{36+108}}{2} = \frac{6\pm 12}{2} \rightarrow \begin{cases} A = \dfrac{6+12}{2} = 9 \rightarrow 3^x = 3^2 \rightarrow x = 2 \\[2ex] A = \dfrac{6-12}{2} = \dfrac{-6}{2} \rightarrow 3^x = -3 \rightarrow \text{Im posible} \end{cases}$$

c) *1p*

$$2\cdot Log_3(2x-1) = 3 + Log_3(x-2) \rightarrow Log_3(2x-1)^2 = Log_3\ 3^3 + Log_3(x-2) \rightarrow$$

$$\rightarrow Log_3(2x-1)^2 = Log_3\ [27\cdot(x-2)] \rightarrow (2x-1)^2 = 27\cdot(x-2) \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 27x - 54 \rightarrow\rightarrow 4x^2 - 31x + 55 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{31 \pm \sqrt{961-880}}{8} = \frac{31\pm 9}{8} = \begin{cases} \dfrac{40}{8} = 5\ \text{Sí vale aparecen Log de nº Positivos} \\[2ex] \dfrac{22}{8} = \dfrac{11}{4}\ \text{Sí vale aparecen Log de nº Positivos} \end{cases}$$

3.- Resuelve la siguiente inecuación: $x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x \geq 0$ *1,5p*

Localizamos los puntos críticos (soluciones de la ecuación)

$$x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x \geq 0 \xrightarrow{F.Común} x \cdot (x^3 - 2x^2 - 5x + 6) \geq 0 \rightarrow x \cdot (x-1) \cdot (x-3) \cdot (x+2) \geq 0$$

$$\textit{Buscamos soluciones enteras : Divisores de } 6 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$$

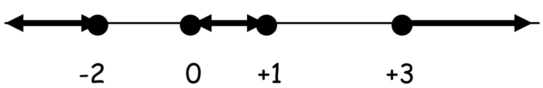
$$x = 1 \rightarrow (1^3) - 2 \cdot (1)^2 - 5 \cdot (1) + 6 = 1 - 2 - 5 + 6 = 0 \rightarrow Sí \xrightarrow{Factpr} x - 1$$

	+1	-2	-5	+6
+1		+1	-1	-6
	+1	-1	-6	+0

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x-1) \cdot (x^2 - x - 6) = (x-1) \cdot (x-3) \cdot (x+2)$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} x = \dfrac{1+5}{2} = 3 \xrightarrow{Factor} x - 3 \\ x = \dfrac{1-5}{2} = -2 \xrightarrow{Factor} x + 2 \end{cases}$$

$$x \cdot (x-1) \cdot (x-3) \cdot (x+2) \geq 0 \xrightarrow{P.C.} x = -2;\ x = 0;\ x = 1 \text{ y } x = 3$$



$$\begin{cases} (-\infty, -2) \xrightarrow{-10} - \cdot - \cdot - \cdot - = + < 0 \rightarrow Sí \\ (-2, 0) \xrightarrow{-1} - \cdot - \cdot - \cdot + = - < 0 \rightarrow No \\ (0, 1) \xrightarrow{0,5} + \cdot - \cdot - \cdot + = + > 0 \rightarrow Sí \\ (1, 3) \xrightarrow{2} + \cdot + \cdot - \cdot + = - < 0 \rightarrow No \\ (3, \infty) \xrightarrow{10} + \cdot + \cdot + \cdot + = + > 0 \rightarrow Sí \end{cases}$$

$$\rightarrow \textit{Solución :} \begin{cases} (-\infty, -2] \cup [0, 1] \cup [3, \infty) \\ \{x \in \Re \,/\, x \leq -2 \cup 0 \leq x \leq 1 \cup x \geq 3\} \end{cases}$$

4.- Resuelve el sistema: $\begin{cases} x - y + z = 4 \\ x - 2y + 3z = 9 \\ 2x + y - z = -1 \end{cases}$, utilizando el método de Gauss y a la vista de la solución obtenida clasifícalo. *1p*

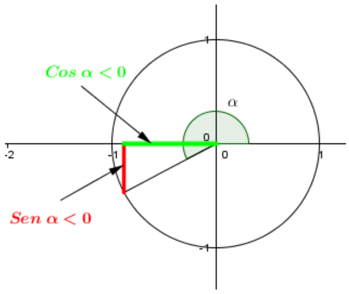
$$\begin{cases} x - y + z = 4 \rightarrow x - (-1) + 2 = 4 \rightarrow x + 1 + 2 = 4 \rightarrow x = 1 \\ x - 2y + 3z = 9 \xrightarrow{2^a - 1^a} \quad -y + 2z = 5 \rightarrow -y + 2 \cdot 2 = 5 \rightarrow 4 - 5 = y \rightarrow y = -1 \\ 2x + y - z = -1 \xrightarrow{3^a - 2 \cdot 1^a} \quad 3y - 3z = -9 \xrightarrow{3^a + 3 \cdot 2^a} \quad 3z = 6 \rightarrow z = \dfrac{6}{3} = 2 \end{cases}$$

Solución : $x = 1;\ y = -1;\ z = 2$ → Sistema compatible Deter min ado.

5.-Sabiendo que $Cos\ \alpha < 0.$ y que $Sen\ \alpha = \frac{-2}{3}$. Se te pide:

a) Razona el signo de las razones trigonométricas de dicho ángulo y sin utilizar la calculadora determina el valor del resto de sus razones trigonométricas. *1p*

$$\begin{cases} Sen\ \alpha = \frac{-2}{3} > 0 \to 3^o\ o\ 4^o \\ Cos\ \alpha < 0 \to 2^o\ o\ 3^o \end{cases} \to \alpha \in 3^o \to Tan\ \alpha > 0$$



$$Sen\ \alpha = \frac{-2}{3} \to \left(\frac{-2}{3}\right)^2 + Cos^2\alpha = 1 \to \frac{4}{9} + Cos^2\alpha = 1 \to$$

$$\to Cos^2\alpha = 1 - \frac{4}{9} \to Cos^2\alpha = \frac{5}{9} \to Cos\ \alpha = -\sqrt{\frac{5}{9}} \to Cos\ \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}$$

$$\to Tan\ \alpha = \frac{\frac{-2}{3}}{\frac{-\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

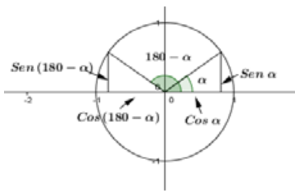
b) Hallar sin la calculadora: $Tan(45^o + \alpha)$ y $Cos(180^o - \alpha)$ *0'5p*

$$Tan(45^o + \alpha) = \frac{tan\ 45 + Tan\ \alpha}{1 - Tan\ 45 \cdot Tan\ \alpha} = \frac{1 + \frac{2\sqrt{5}}{5}}{1 - 1 \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5}} = \frac{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{5}}{\frac{5 - 2\sqrt{5}}{5}} =$$

$$= \frac{5 + 2\sqrt{5}}{5 - 2\sqrt{5}} = \frac{5 + 2\sqrt{5}}{5 - 2\sqrt{5}} \cdot \frac{5 + 2\sqrt{5}}{5 + 2\sqrt{5}} = \frac{25 + 20 - 20\sqrt{5}}{25 - 20} = \frac{45 - 20\sqrt{5}}{5} =$$

$$= 9 - 4\sqrt{5}$$

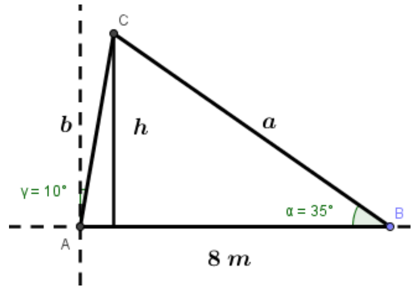
$$Cos(180^o - \alpha) = -Cos\ \alpha = -\left(\frac{-\sqrt{5}}{3}\right) = \frac{\sqrt{5}}{3}$$



c) Usando la calculadora, determina de forma razonada los valores de α en grados y radianes. *0'25p*

$$Sen\ \alpha = \frac{-2}{3} \xrightarrow{Calc.} \alpha = -41'81^o \xrightarrow{NO} \alpha = 41'81^o + 180^o = 221'81^o = \frac{221'81}{180}\pi\ rad$$

6.- Un poste telefónico (AC), por efecto de un temporal, se ha inclinado 10° de la vertical. En un momento del día proyecta una sombra (AB) de 8 metros cuando el ángulo de elevación del sol es 35° (ángulo con la horizontal). Halla la longitud del poste (b) y el área del triángulo que forman, el poste, la sombra y la línea ficticia que une los finales del poste (CD) y de la sombra. (realiza un esquema de la situación planteada). *1p*



$$\hat{A} = 90 - 10 = 80^\circ$$

$$\hat{C} = 180 - (35 + 80) = 180 - 115 = 65^\circ$$

$$\frac{8}{Sen\ 65} = \frac{b}{Sen\ 35} \rightarrow b = \frac{8 \cdot Sen\ 35}{Sen\ 65} = 5{,}06\ m.$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 4{,}99}{2} = 19{,}94\ m^2$$

$$Sen\ 80^\circ = \frac{h}{5{,}06} \rightarrow h = 5{,}06 \cdot Sen\ 80^\circ = 4{,}99\ m$$

7.-

a) Comprueba la siguiente identidad: $\frac{Cos\ \alpha}{1 - Sen\ \alpha} + \frac{Cos\ \alpha}{1 + Sen\ \alpha} = \frac{2}{Cos\ \alpha}$ *1p*

$$\frac{Cos\ \alpha}{1 - Sen\ \alpha} + \frac{Cos\ \alpha}{1 + Sen\ \alpha} = \frac{Cos\ \alpha \cdot (1 + Sen\ \alpha) + Cos\ \alpha \cdot (1 - Sen\ \alpha)}{(1 - Sen\ \alpha) \cdot (1 + Sen\ \alpha)} =$$

$$= \frac{Cos\ \alpha + Cos\ \alpha \cdot Sen\ \alpha + Cos\ \alpha - Cos\ \alpha \cdot Sen\ \alpha}{1 - Sen^2 \alpha} = \frac{2 \cdot Cos\ \alpha}{Cos^2 \alpha} = \frac{2}{Cos\ \alpha}$$

b) Resuelve la siguiente ecuación: $Sen\ 2x = -Sen\ x$ *1p*

$$Sen\ 2x = -Sen\ x \rightarrow 2 \cdot Sen\ x \cdot Cos\ x = -Sen\ x \rightarrow 2 \cdot Sen\ x \cdot Cos\ x + Sen\ x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow Sen\ x \cdot (2 \cdot Cos\ x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} Sen\ x = 0 \rightarrow x = \begin{cases} 0^\circ + 360^\circ\ k \\ 180^\circ + 360^\circ\ k \end{cases} \rightarrow 0^\circ + 180^\circ\ k,\ k \in Z \\ 2 \cdot Cos\ x + 1 = 0 \rightarrow Cos\ x = -\frac{1}{2} \rightarrow x = \begin{cases} 120^\circ + 360^\circ\ k,\ k \in Z \\ 240^\circ + 360^\circ\ k,\ k \in Z \end{cases} \end{cases}$$