I.E.S. TIERRA ESTELLA MATEMÁTICAS 1º BACH "A-B"

Global 2ª Ev: Compl., Vect., Geo.Anal y Cónicas 09/03/2018 NOTA

Nombre:

NOTA: Cada paso que des en los ejercicios deberá ir convenientemente comentado y/o razonado.

1.- Determina el valor que ha de tomar "x" para que el producto $(2-5\cdot i)\cdot(3+x\cdot i)$ sea:

Operamos la expresión suministrada:

$$(2-5\cdot i)\cdot(3+x\cdot i)=6+2x\cdot i-15\cdot i-5x\cdot i^2=(6+5x)+(2x-15)\cdot i$$

a) Un número real.

$$(2x-15)\cdot i=0\rightarrow 2x=15\rightarrow x=\frac{15}{2}$$

b) Un número Imaginario puro.

$$6+5x=0\rightarrow x=-\frac{6}{5}$$

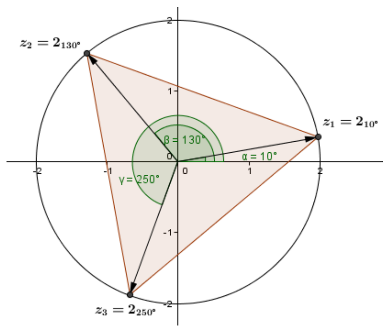
2.- Siendo $z=4\sqrt{3}+4i$. Se te pide:

a) Determina las raíces cúbicas de dicho complejo.

$$z=4\sqrt{3}+4i\rightarrow\begin{cases}|z|=\sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2+4^2}=\sqrt{48+16}=\sqrt{64}=8\\ Tan\ \alpha=\dfrac{4}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\rightarrow\alpha=30^\circ\rightarrow Sí\ ambas\ componentes>0\end{cases}\rightarrow z=8_{30^\circ}$$

$$\sqrt[3]{z}=\sqrt[3]{8_{30}}=2_{\frac{30+360k}{3}}=2_{10+120k}=\begin{cases}k=0\rightarrow z_1=2_{10^\circ}\\ k=1\rightarrow z_2=2_{130^\circ}\\ k=3\rightarrow z_3=2_{250^\circ}\end{cases}$$

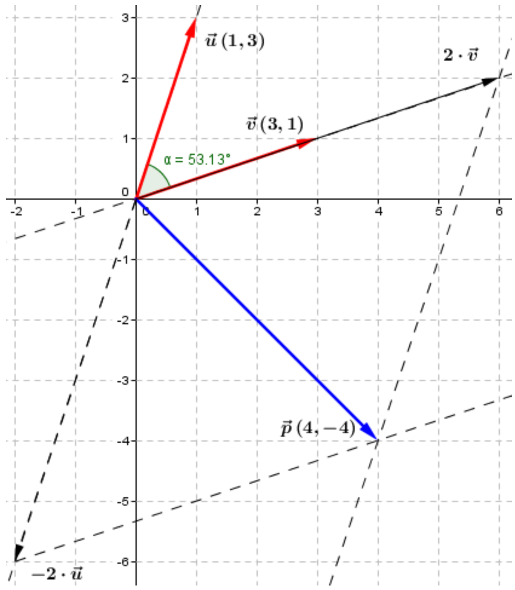
b) Represéntalas, traza el polígono que obtienes al unir los afijos de dichas soluciones. ¿Qué figura obtienes?. ¿Dónde están situados los afijos?.



Se trata de un triángulo equilátero cuyos afijos están en una circunferencia de radio 2

3.- Dados $\vec{u}(1,\ 3)$ y $\vec{v}(3,\ 1)$, Se te pide:

a) Dibújalos, en el plano cartesiano adjunto, y determina el ángulo que forman.



$$Cos\ \alpha = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} = \frac{1\cdot 3 + 3\cdot 1}{\sqrt{1^2+3^2}\cdot\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \rightarrow$$

$$\rightarrow \alpha = 53'13^{o}$$

b) ¿Formarán base ambos vectores?. Razónalo gráficamente y analíticamente.

Ambos vectores pertenecen a rectas de distinta dirección.

Sus componentes no deberán ser proporcionales, efectivamente: $\frac{1}{3} \neq \frac{3}{1}$

c) Expresa el vector $\vec{p}(4,\ -4)$ como combinación lineal de los vectores $\vec{u}(1,\ 3)$ y $\vec{v}(3,\ 1)$, gráficamente y analíticamente.

$$\vec{p}(4,\ -4) = a\cdot(1,\ 3) + b\cdot(3,\ 1) \rightarrow \begin{cases} 4 = a + 3b \xrightarrow{\cdot 1} 4 = a + 3b \\ -4 = 3a + b \xrightarrow{\cdot -3} 12 = -9a - 3b \end{cases} \xrightarrow{Sumando}$$

$$\xrightarrow{Sumando} 16 = -8a \rightarrow a = \frac{16}{-8} = -2 \rightarrow b = -4 - 3\cdot(-2) = -4 + 6 = 2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \vec{p}(4,\ -4) = -2\cdot(1,\ 3) + 2\cdot(3,\ 1)$$

d) Qué son los valores hallados en el apartado anterior?.p

Son las componentes que tendrá el vector $\vec{p}$***, en la base formada por los vectores*** $\vec{u}$ ***y*** $\vec{v}$***, es decir*** $\vec{p}(-2,\ 2)$***. en la base*** $B(\vec{u},\vec{v})$

4.- Dadas las rectas $r \equiv x + y - 2 = 0$, $s \equiv \frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1$ y $t \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1}$.

a) Estudia la posición en el plano de las rectas "*r*" y "*s*".

$$r \equiv x + y - 2 = 0 \rightarrow y = -x + 2 \rightarrow m_r = \frac{-1}{1} = -1 \rightarrow \vec{V_r} = (1, -1)$$

$$s \equiv \frac{x}{-4} + \frac{y}{2} = 1 \rightarrow x - 2y = -4 \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 2 \rightarrow m_r = \frac{1}{2} \rightarrow \vec{V_r} = (2, 1)$$

Como las pendientes son distintas y las componentes de los vectores directores No son proporcionales tienen distinta dirección por lo tanto se cortan.

b) Halla la recta, en forma explícita, que pasando por el punto de intersección de las rectas r y s, es paralela a la recta t.

$$\left.\begin{array}{l} x + y - 2 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{Re s tan do}} 3y - 6 = 0 \rightarrow y = \frac{6}{3} = 2 \rightarrow x = -y + 2 = -2 + 2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow I(0, 2)$$

$$q \equiv \left\{\begin{array}{l} I(0, 2) \\ // \, t \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} \rightarrow \vec{V_t} = (2, -1) \rightarrow m_t = \frac{-1}{2} \end{array}\right. \xrightarrow{P.Pendiente} y = 2 - \frac{1}{2}(x - 0) \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{-1}{2}x + 2$$

5.- Un triángulo que determinado por los puntos $A(-1, 1)$, $B(2, 4)$ y $C(4, 1)$. Se te pide:

a) Determina la ecuación de la recta que determinan los puntos A y B.

$$r_{AB} \equiv \left\{\begin{array}{l} A(-1, 1) \\ B(2, 4) \end{array}\right. \rightarrow \frac{x+1}{2+1} = \frac{y-1}{4-1} \rightarrow \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{3} \rightarrow x - y + 2 = 0$$

b) Haciendo uso del resultado obtenido en el apartado anterior, determina el área de dicho triángulo.

$$\acute{A} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{d(A, B) \cdot d(C, r)}{2} = \frac{3\sqrt{2} \cdot \frac{5}{\sqrt{2}}}{2} = \frac{15}{2}\ u^2$$

$$d(A, B) = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(2+1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}\ u$$

$$d(C, r) = \frac{|4 - 1 + 2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}\ u$$

6.- La ecuación $16x^2 - 25y^2 - 64x - 150y - 561 = 0$, corresponde al de una cónica.Se te pide:

a) Determina su ecuación canónica.

$$16x^2 - 25y^2 - 64x - 150y - 561 = 0 \rightarrow 16\cdot\left(x^2 - 4x + ...\right) - 25\cdot\left(y + 6y + ...\right) = 561 \rightarrow$$

$$\rightarrow 16\cdot\left(x^2 - 4x + 2^2\right) - 25\cdot\left(y + 6y + 3^2\right) = 561 + 16\cdot 2^2 - 25\cdot 3^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 16\cdot\left(x^2 - 4x + 2^2\right) - 25\cdot\left(y + 6y + 3^2\right) = 561 + 64 - 225 \rightarrow$$

$$\rightarrow 16\cdot(x-2)^2 - 25\cdot(y+3)^2 = 400 \rightarrow \frac{16\cdot(x-2)^2}{400} - \frac{25\cdot(y+3)^2}{400} = \frac{400}{400} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{(x-2)^2}{25} - \frac{(y+3)^2}{16} = 1$$

b) Si la ecuación obtenida es: $\dfrac{(x-2)^2}{25} - \dfrac{(y+3)^2}{16} = 1$. ¿De qué cónica se trata?. Defínela.

Se trata de una ***hipérbola con eje principal horizontal*** (positivo la x).

Definición: ***Dados dos puntos fijos llamados focos (F y F') y un valor constante "K" llamado constante de la hipérbola, se define la hipérbola como el lugar geométrico de los puntos, P(x,y), que verifican que el módulo de la diferencia de dichos puntos a los focos es igual a la constante de la hipérbola.***

Es decir: $\{P(x,y) / |d(P,F) - d(P,F') = k|\}$

c) Indica su elementos y su localización, coordenadas de puntos, y realiza un esbozo de la misma. 1p

$$\begin{cases} \textit{Eje principal horizontal} \\ C(2,-3) \\ \left.\begin{array}{l} a^2 = 25 \rightarrow a = 5 \\ b^2 = 16 \rightarrow b = 4 \end{array}\right\} \rightarrow \\ \rightarrow C = \sqrt{25+16} = \sqrt{41} \\ e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{41}}{5} \\ \textit{Asíntotas}: y = -3 \pm \dfrac{4}{5}(x-2) \rightarrow \\ \rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{4}{5}x - \dfrac{23}{5} \\ y = \dfrac{-4}{5}x - \dfrac{7}{5} \end{cases} \end{cases}$$