I.E.S. TIERRA ESTELLA **MATEMÁTICAS 1º BACH "A-B"**

Recuperación 2ª Ev **22/03/2018** **NOTA**

NOTA: Cada paso que des en los ejercicios deberá ir convenientemente comentado y/o razonado.

1.- Dada la ecuación: $z^2 - 6z + 10 = 0$. Se te pide:

a) Resuélvela en el campo de los números complejos. *0,5p*

$$z^2 - 6z + 10 = 0 \rightarrow z = \frac{6 \pm \sqrt{36-40}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}\cdot\sqrt{-1}}{2} = \frac{6 \pm 2\cdot i}{2} = 3 \pm i$$

b) Comprueba que las soluciones obtenidos son las raíces de la ecuación. *0'75p*

$$[z-(3+i)]\cdot[z-(3-i)] = 0 \rightarrow [(z-3)-i]\cdot[(z-3)+i] = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (z-3)^2 - i^2 = 0 \rightarrow z^2 - 6z + 9 + 1 = 0 \rightarrow z^2 - 6z + 10 = 0$$

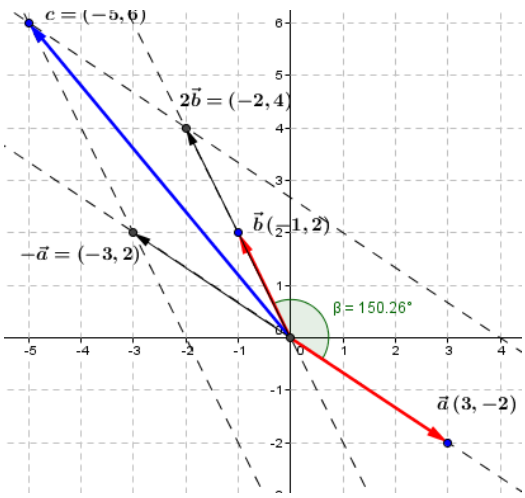
2.- Calcula el valor de la siguiente expresión: $\left[\sqrt[3]{5}\cdot(Cos\ 270^\circ + i\cdot Sen\ 270^\circ)\right]^3$, expresa el resultado en forma binómica *1p*

$$\left[\sqrt[3]{5}\cdot(Cos\ 270^\circ + i\cdot Sen\ 270^\circ)\right]^3 = \left[\sqrt[3]{5}_{\,270^\circ}\right]^3 = \left(\sqrt[3]{5}\right)^3_{270\cdot 3} = 5_{810} = 5_{720+90} = 5_{90} = 5\cdot i$$

3.- Dados $\vec{a}(3,-2)$, $\vec{b}(-1,2)$ y $\vec{c}(-5,6)$, Se te pide:

a) Dibújalos los vectores(TODOS), en el plano cartesiano adjunto, y determina el ángulo que forman $\vec{a}$ y $\vec{b}$. *0'5p*

$$Cos\ \alpha = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} = \frac{3\cdot(-1)+(-2)\cdot 2}{\sqrt{3^2+(-2)^2}\cdot\sqrt{(-1)^2+2^2}} = \frac{-7}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{5}} = \frac{-7}{\sqrt{65}} \rightarrow \alpha = 150'26^\circ$$



b) Expresa el vector $\vec{c}(-5,\ 6)$ como combinación lineal de los vectores $\vec{a}(3,\ -2)$, $\vec{b}(-1,\ 2)$, gráficamente y analíticamente. *1p*

$$\vec{c}(-5,\ 6) = m\cdot(3,\ -2) + n\cdot(-1,\ 2) \rightarrow \begin{cases} -5 = 3m - n \xrightarrow{\cdot 2} -10 = 6m - 2n \\ 6 = -2m + 2n \xrightarrow{\cdot 1} 6 = -2m + 2n \end{cases} \xrightarrow{Sumando}$$

$$\xrightarrow{Sumando} -4 = 4m \rightarrow m = \frac{-4}{4} = -1 \rightarrow n = 3\cdot(-1) + 5 = -3 + 5 = 2 \rightarrow$$

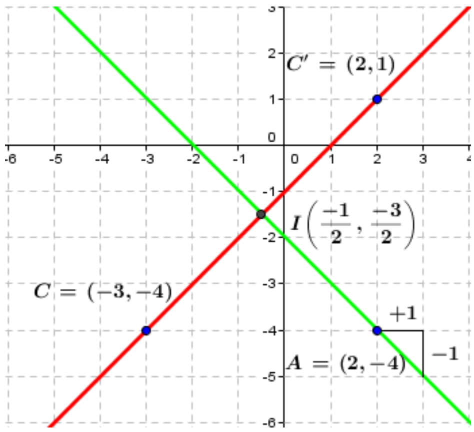
$$\rightarrow \vec{c}(-5,\ -6) = -1\cdot(3,\ -2) + 2\cdot(3,\ 1)$$

c) Qué son los valores hallados en el apartado anterior?. *0'25p*

Son las componentes que tendrá el vector $\vec{c}$, en la base formada por los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, es decir $\vec{c}(-1,\ 2)$. en la base $B(\vec{a},\ \vec{b})$

4.- Una recta "r" pasa por el punto $A(2,\ -4)$ y tiene por pendiente $m_r = -1$, , se te pide:

a) Determina la ecuación de dicha recta "r". *0,25p*



Ecuación punto pendiente:

$$y = -4 - 1\cdot(x - 2) \rightarrow y = -x - 2$$

b) Si la recta "r" tiene por ecuación: $r \equiv x + y + 2 = 0$. Determina la ecuación de la recta "s" perpendicular a "r" y que pase por el punto $C(-3,\ -4)$ *0,75p*

$$s \equiv \begin{cases} C(-3,\ -4) \\ \perp r \equiv x + y + 2 = 0 \rightarrow (A,\ B) = (1,\ 1) \perp \vec{V_r} \rightarrow \vec{V_s} = (1,\ 1) \rightarrow m_s = \frac{1}{1} = 1 \end{cases} \xrightarrow{P.P}$$

$$\xrightarrow{P.P.} s \equiv y = -4 + 1\cdot(x + 3) \rightarrow s \equiv y = x - 1$$

c) Determina el punto intersección "I" de las rectas: $\begin{cases} r \equiv x + y + 2 = 0 \\ s \equiv y = x - 1 \end{cases}$. *0,5p*

Resolvemos el sistema:

$$\xrightarrow{Sustitución:} x + x - 1 + 2 = 0 \rightarrow 2x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{2} \rightarrow y = \frac{-1}{2} - 1 = -\frac{3}{2} \rightarrow I\left(\frac{-1}{2},\ \frac{-3}{2}\right)$$

d) Si dicho punto es $I\left(\frac{-1}{2}, \frac{-3}{2}\right)$, halla el punto simétrico de C respecto a la recta "r". *0,5p*

El punto I es el punto medio de C-C', es decir:

$$\left.\begin{array}{l} C(-3, -4) \\ \\ I\left(\frac{-1}{2}, \frac{-3}{2}\right) \\ \\ C'(a, b) \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} \frac{-1}{2} = \frac{-3+a}{2} \rightarrow a = 2 \\ \\ \frac{-3}{2} = \frac{-4+b}{2} \rightarrow b = 1 \end{array}\right. \rightarrow C'(2, 1)$$

5.- Dada la recta $r \equiv y = \frac{1}{2}x - 2$. Se te pide:

a) Determina un vector director y las coordenadas del punto en que la recta corta al eje de abscisas. *0,5p*

$$r \equiv y = \frac{1}{2}x - 2 \rightarrow m_r = \frac{1}{2} \rightarrow \vec{V_r}(2, 1)$$

$$y = 0 \rightarrow 0 = \frac{1}{2}x - 2 \rightarrow x = 4 \rightarrow P_r(4, 0)$$

b) Con los datos obtenidos en el ejercicio anterior, obtén la ecuación vectorial de dicha recta y a partir el resto de las ecuaciones que conozcas. *1p*

$$\left.\begin{array}{l} \vec{V_r} = (2, 1) \\ \\ P_r(4, 0) \end{array}\right\} \xrightarrow{Ec.Vectorial} (x, y) = (4, 0) + t(2, 1) \xrightarrow{Ec.Paramétrica} \left\{\begin{array}{l} x = 4 + 2t \\ \\ y = 0 + t \end{array}\right. \xrightarrow{Ec.Continua}$$

$$\xrightarrow{Ec.Continua} \frac{x-4}{2} = \frac{y-0}{1} \xrightarrow{Ec.Implícita} x - 4 = 2y \rightarrow x - 2y - 4 = 0 \xrightarrow{Ec..Explícita}$$

$$\xrightarrow{Ec.Explícita} y = \frac{1}{2}x - 2$$

$$\xrightarrow{Ec.Reducida} x - 2y - 4 = 0 \rightarrow x - 2y = 4 \rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{\frac{4}{-2}} = 1 \rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{-2} = 1$$

6.- La expresión $25x^2 + 9y^2 + 150x + 36y + 36 = 0$, corresponde a una cónica. Se te pide:

a) Obtén su expresión reducida. *1p*

$$25x^2 + 9y^2 + 150x + 36y + 36 = 0 \rightarrow 25\cdot\left(x^2 + 6y + \_\_\right) + 9\cdot\left(y^2 + 4y + \_\_\right) = -36 \rightarrow$$

$$\rightarrow 25\cdot\left(x^2 + 6y + 3^2\right) + 9\cdot\left(y^2 + 4y + 2^2\right)0 = -36 + 25\cdot 3^2 + 9\cdot 2^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 25\cdot(x+3)^2 + 9\cdot(y+2)^2 = -36 + 225 + 36 \rightarrow 25\cdot(x+3)^2 + 9\cdot(y+2)^2 = 225 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{25\cdot(x+3)^2}{225} + \frac{9\cdot(y+2)^2}{225} = \frac{225}{225} \rightarrow \frac{(x+3)^2}{\frac{225}{25}} + \frac{(y+2)^2}{\frac{225}{9}} = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$$

b) Identifícala (razona la respuesta) y defínela. *0,5p*

Se trata de: ***Una Elipse de eje vertical (suma de cuadrados y el mayor denominador en "y").***

Definición: ***Dados dos puntos fijos llamados Focos (F y F') y un valor (k) llamado constante de la elipse, se define la Elipse como el lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias a los focos es igual a dicha constante.***

Es decir: $\{P(x, y) / d(P, F) + d(P, F') = k\}$

c) Obtén los elementos de la cónica y realiza un esbozo de la misma. *1p*

$$\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$$

$C(-3, -2)$

$$\left.\begin{array}{l} a = \sqrt{25} = 5 \\ b = \sqrt{9} = 3 \end{array}\right\} \rightarrow c = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} < 1$$

Vértices, Focos y ejes en la gráfica