

1.-

a) Racionaliza y simplifica la siguiente expresión: $\frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{\sqrt{8} - \sqrt{27}}$.

b) Determina la expresión simplificada correspondiente al término 4º del desarrollo de la potencia $\left(\frac{2x^2}{3} - \frac{3}{2x^2}\right)^7$ y determina el valor de "x" si dicho término vale -210.

2.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \text{Log } x - \text{Log } y = 1 \\ 2^{x-24} = 4^y \end{cases}$$
.

3.-

a) Racionaliza y simplifica la expresión: $2 \cdot \frac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} - \sqrt{32} + 3\sqrt{18} - 5\sqrt{48}$

b) Halla el término 4º, simplificado al máximo, correspondiente al desarrollo de $\left(3\sqrt{x} - \frac{1}{2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}\right)^5$ y determina el valor de "x" para que dicho término valga $\frac{-5}{4}$.

4.-

a) Resuelve la inecuación: $\frac{x^3 - 2x^2 + x}{x + 3} \leq 0$

b) Resuelve y comprueba la solución entera del sistema:
$$\begin{cases} \text{Log } (2x - 2) - \text{Log } (8 - y) = 0 \\ \sqrt{x + y} + 4 = x \end{cases}$$

5.-

a) Determina el término 6º del siguiente desarrollo $\left(A - \frac{1}{A}\right)^9$ y obtén el valor de dicho término cuando $A = \frac{9}{\sqrt{3^x}}$, el resultado deberás darlo operado y simplificado.

b) Si dicho término fuera de la forma $\boxed{-14 \cdot 3^{\frac{x}{2}}}$, determina el valor que deberá tomar "x" para que dicho término valga -28.

6.- Hemos comprado DVDs vírgenes por 16 €. En la misma tienda había DVDs de mejor calidad cuyo precio era 5 céntimos más caros, si hubiéramos comprado de estos últimos, con el mismo dinero habríamos comprado 16 DVD menos. Determina el valor de cada DVD comprado y el número que hemos comprado.

7.- Resuelve la siguiente inecuación: $\frac{x+5}{x^3-2x^2} \leq 0$.

8.- Resuelve El siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} 2 \cdot \text{Log } x + \text{Log } y = 2 \\ \sqrt{x^2 \cdot y - 36} - y = 4 \end{cases}$$

9.-

a) Determina el termino 4º del siguiente desarrollo, operado y simplificado: $\left(\frac{\sqrt[3]{2^x}}{8} - \frac{8}{\sqrt[3]{2^x}}\right)^7$.

b) Determina el valor que deberá tomar "x" para que dicho término valga -35.

10.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \text{Log}_5 x = 2 \text{Log}_5 y - 1 \\ y - \sqrt{2x-1} = 2 \end{cases}$$

11.- Resuelve la siguiente inecuación: $\frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2}{x+3} \leq 0$.

12.-

a) Una de las propiedades de los radicales la podemos expresar como: ${}^{n^p}\sqrt{a^p} = \sqrt[n]{a}$, algunos, la llaman propiedad fundamental. Se te pide:

a₁) Expresa con palabras dicha propiedad.

a₂) Demuéstrala basándote en el hecho de que una raíz se puede expresar como potencia.

b) Racionalízala, opera y simplifica el resultado de las siguientes expresiones:

b₁) $\frac{x \cdot y}{\sqrt[3]{x^2 \cdot y}}$

b₂) $\frac{h}{\sqrt{x^2 + h} - x}$

13.- Dada la siguiente potencia: $\left(\sqrt[5]{b^{x^2-3}} - \frac{1}{a^{3x-2}}\right)^m$. Se te pide:

a) ¿Cuántos términos tendrá el desarrollo completo?. Determina, sin operar, la expresión que corresponde al término que ocuparía la posición "p" en su desarrollo correspondiente.

b) Si $a = 2$, $b = 8$ y $m = 9$. Obtén el valor, totalmente operado y simplificado, del término 5º de dicho desarrollo.

c) Si dicho término responde a la expresión: $126 \cdot 2^{3x^2-12x-1}$, determina el valor que deberá tomar "x" para que valga 63.

14.- Una habitación tiene forma de rombo. Si la suma de sus dos diagonales es de 20 m. y su superficie es de 42 m². Halla lo que miden las diagonales y posteriormente la medida de sus lados.

1.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} e^{x^2} \cdot e^{y^2} = e^{13} \\ \sqrt{2x^2 - y} + y - 6 = 0 \end{cases}$$
 . Comprueba, únicamente, las soluciones *enteras* obtenidas.

2.-

a) Simplifica, racionaliza y simplifica la expresión:
$$\sqrt{\frac{x+y}{(a-b)^2} \cdot \frac{a-b}{x^2-y^2}}$$

b) Halla el término 4º, simplificado al máximo, correspondiente al desarrollo de $\left(\sqrt[3]{27x^3} - \frac{1}{9}\right)^7$ y determina el valor de "x" para que dicho término valga 280.

3.-

a) Resuelve la inecuación:
$$\frac{(x+1)^2 \cdot (x-2)}{(x-4)} \geq 0$$

b) Resuelve y comprueba la solución entera del sistema:
$$\begin{cases} \text{Log}(2x^2 + 2) - \text{Log}(y - 3) = 1 \\ x - 1 = \sqrt{10y - 39} \end{cases}$$

4.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \text{Log}(x+y) - \text{Log } 6 = \text{Log}(x-4) \\ x - \sqrt{x-y} = 3 \end{cases}$$

5.- Dada la potencia:
$$\left(\sqrt[3]{2^{1-x}} - \frac{1}{8^x}\right)^7$$

a) ¿Cuántos términos tendrá el desarrollo completo de dicho binomio?. Escribe la expresión que corresponde al término 4º del desarrollo del binomio.

b) Opera y simplifica, al máximo dicho término.

c) Determina el valor que ha de tomar "x" para que dicho término valga **-140**.

6.- Resuelve la inecuación:
$$\frac{x^2 - 3x + 12}{x + 6} \leq 2.$$

7.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} 2^{x^2} \cdot 2^{y^2} = 2048 \\ 2 \cdot \text{Log } x = 1 + \text{Log } y \end{cases}$$

8.-

a) Comprueba que el tercer término correspondiente al desarrollo de: $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{2^x}} - \sqrt[3]{2}\right)^8$ es

$$28 \cdot 2^{\frac{2-2x^2}{x}}$$

b) Determina el valor que deberá tomar "x" para que dicho término valga 224.

9.- Resuelve la siguiente inecuación: $x^2 + 1 < \sqrt{x^2 + 3}$.

10.-

a) Define Raíz enésima de un número N expresándolo además en forma de expresión matemática e identificando los diferentes elementos que intervienen en una raíz.

b) Demuestra que se puede poner en forma de potencia, es decir: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

c) Dada la expresión: $\frac{\sqrt{5x} - 2\sqrt{7y}}{\sqrt{5x} + 2\sqrt{7y}}$, racionalízala, opera y simplifica el resultado.

11.- Dada la siguiente potencia: $\left(a^{x+2} - \frac{1}{\sqrt[3]{b^{x^2+4}}}\right)^n$. Se te pide:

a) ¿Cuántos términos tendrá el desarrollo completo?. Determina, sin operar, la expresión que corresponde al término que ocuparía la posición "k" en su desarrollo correspondiente.

b) Si $a = 3$, $b = 27$ y $n = 10$. Obtén el valor, totalmente operado y simplificado, del término 4° de dicho desarrollo.

c) Si dicho término responde a la expresión: $-40 \cdot 3^{-3x^2+7x+3}$, determina el valor que deberá tomar "x" para que valga -1080 .

12.- Resuelve El siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \text{Log } x - 3\text{Log } y = 1 \\ \sqrt{y^3 + 99} - x = 0 \end{cases}$$

13.- Un camión tarda en realizar el trayecto A-B dos horas más de lo que tarda un coche en realizar el trayecto contrario BA. Si salen a la vez tardan 2 horas y 55 minutos en cruzarse. ¿Cuánto tarda cada uno en completar el recorrido?. (puedes llamar "e" a la distancia en Km del recorrido).

14.- Resuelve la inecuación: $\frac{x^3 - 5x^2 + 4x + 8}{x - 1} \leq 1$

1.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} 1 - \text{Log}(x + y) = \text{Log } 2 \\ \sqrt{2x - y} + y = 4 \end{cases}$$
 . Comprueba las soluciones obtenidas.

2.-

a) Racionaliza y simplifica la expresión:
$$\frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x}}{\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x}} =$$

b) Halla el término 3º, simplificado al máximo, correspondiente al desarrollo de $\left(\sqrt[3]{4x} - \frac{1}{2}\right)^5$ y determina el valor de "x" para que dicho término valga 10.

3.-

a) Resuelve la inecuación:
$$\frac{(x+3) \cdot (x-1)}{(x+1)^3} \geq 0$$

b) Resuelve y comprueba la solución entera del sistema:
$$\begin{cases} \text{Log}(x+5) - \text{Log}(y-2) = 1 \\ x - 3 = \sqrt{y+1} \end{cases}$$

4.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \frac{16^x}{2^{2+y}} = 8 \\ \sqrt{2x+y} + x = 2 \end{cases}$$

5.- Dada la potencia:
$$\left(9^x - \frac{1}{\sqrt{3^{1-x}}}\right)^8$$

a) Escribe la expresión que corresponde al término 3º del desarrollo del binomio.

b) Opera y simplifica, al máximo dicho término.

c) Si dicho término, operado y simplificado fuera: $28 \cdot 3^{13x-1}$, determina el valor que ha de tomar "x" para que dicho término valga 14.

6.- Resuelve la inecuación: $\frac{x^3 + 5x^2 + 4x - 12}{x - 3} \leq 4$. 1.- Resuelve 2 de los 3 apartados que se te proponen

a) Racionaliza y simplifica al máximo la expresión: $\frac{4}{(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{3}} = p$

b) En el desarrollo de la potencia de: $(2x - x^2)^8$. Se te pide:

b₁) Determina el término que ocupa la posición "k" del desarrollo de dicha potencia, indica el exponente que tendrá "x" en ese término. p

b₂) Determina la posición del término en el que el exponente de "x" es 13.

b₃) Si dicho término ocupara la 6ª posición, determina el valor de dicho término.

c) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x - \sqrt{y-1} = 2 \\ \text{Log}(y-4) - \text{Log}(x+6) = -1 \end{cases}$

7.-

a) Utilizando propiedades de los radicales sabemos que: $(\sqrt[n]{a \cdot b})^m = \sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{b^m}$. Se te pide:

a₁) ¿Qué propiedades de las raíces se han utilizado?

a₂) Demuestra dicha expresión utilizando la forma potencial del radical.

b) Dada la expresión: $A = \left(\frac{1 - \sqrt{6}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \right)^2$. Opérala, racionalízala y simplifica el resultado.

8.- Dada la siguiente potencia: $\left(\sqrt[3]{a^x} - \frac{1}{b^{x-1}} \right)^n$. Se te pide:

a) ¿Cuántos términos tendrá el desarrollo completo? Determina, sin operar, la expresión que corresponde al término que ocuparía la posición p^a en su desarrollo correspondiente.

b) Si $a = 64$, $b = 2$ y $n = 6$. Obtén el valor, totalmente operado y simplificado, del término 6^o de dicho desarrollo.

c) Si dicho término responde a la expresión: $-3 \cdot 2^{6-3x}$, determina el valor que deberá tomar "x" para que valga -96 .

9.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\text{Log } x = 1 - \frac{1}{2} \text{Log}(x^2 + 15)$

b) $3x^3 + 2x^2 - 11x - 10 = 0$

10.- Un almacenista compra una partida de patatas por 30.000 €. Si se le estropea el 20% de la mercancía antes de proceder a su venta y vende cada kilo a 15 céntimos más de cómo los compró, determinar el precio de compra y los kilos de patatas que compró si en la venta obtuvo unos ingresos de 38.400 €.

11- Resuelve la inecuación: $\frac{x^2 + 3x + 17}{3x - 8} \geq -1$

1.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \sqrt{x + y^2} + y = 3 \\ \text{Log}(x + 7) - \text{Log}(2 - y) = 1 \end{cases}$$

2.-

a) Racionaliza y simplifica las expresiones:

$$a_1) \frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{a - \sqrt{a^2 - b}} =$$

$$a_2) \frac{a}{\sqrt[7]{a^2}} =$$

b) Halla el 4º término, simplificado al máximo, correspondiente al desarrollo de $\left(25^x - \frac{1}{5^x}\right)^7$

3.- Disponemos de una cartulina rectangular que es 4 cm más larga que ancha. Con ella se construye una caja de 840 cm^3 cortando un cuadrado de 6 cm de lado en cada esquina y doblando los bordes. Halla las dimensiones de la caja.

4.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \log x - \log y = 1 \\ y + 1 = \sqrt{x + 21} \end{cases}$$

5.-

5.1.- Determina las **soluciones enteras** del sistema:
$$\begin{cases} \sqrt{x + y^2} + 1 = x \\ \text{Log}(3x + 1) - 2 \cdot \text{Log} y = 1 \end{cases}$$

5.2.- Dada la potencia: $\left(\sqrt[4]{\frac{1}{27^x}} - \sqrt[5]{9^5}\right)^7$. Se te pide:

a) ¿Cuántos términos tendrá el desarrollo?. Escribe la expresión que corresponde al término que ocupa la posición "k" en el desarrollo.

b) Obtén el término sexto del desarrollo operado y simplificado.

5.3.- Resuelve la inecuación:
$$\frac{x^3 - 5x^2 + 4x + 9}{x} \leq 1$$

6.-

6.1.- Resolver la siguiente ecuación:
$$\frac{1}{2} \text{Log}(2x^4 - 23) = \text{Log}(x + 1) + \text{Log}(x - 1)$$

6.2.- a) Determina el cuarto término correspondiente al desarrollo de: $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{4^3}} - \sqrt{8^x}\right)^5$.

7.- Resuelve la inecuación:
$$\frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x - 5} \geq 0$$

8.-

c) Utilizando propiedades de los radicales sabemos que: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{\frac{a}{b}}} = \frac{\sqrt[n \cdot m]{a}}{\sqrt[n \cdot m]{b}}$. Se te pide:

a₁) ¿Qué propiedades se han utilizado?

a₂) Demuestra dicha expresión utilizando la forma potencial del radical.

d) Si $A = \frac{(\sqrt{5}-4)^2}{\sqrt{5}+4}$. Se te pide:

b₁) Racionaliza dicha fracción.

b₂) Si después de racionalizar obtienes $A = \frac{(\sqrt{5}-4)^3}{9}$, racionaliza $\sqrt[3]{A}$

9.- Dada la siguiente potencia: $\left(\sqrt{a^{1-x}} - \frac{1}{b^x}\right)^n$. Se te pide:

a) ¿Cuántos términos tendrá el desarrollo completo? Determina, sin operar, la expresión que corresponde al término que ocuparía la posición K^a en su desarrollo correspondiente.

b) Si $a = 3$, $b = 27$ y $n = 13$. Obtén el valor, totalmente operado y simplificado, del término 12 de dicho desarrollo.

c) Si dicho término responde a la expresión: $-78 \cdot 3^{1-34x}$, determina el valor que deberá tomar "x" para que valga -234 .

10.- Resuelve, una, de las siguientes ecuaciones:

a) $\text{Log}_x(x^2 + 3) - 2\text{Log}_x(2x - 4) = 1$

b) $\sqrt{x^6 - 15} + 9 = 2x^3$

11- En un Instituto se va a realizar una colecta para contribuir a un proyecto solidario con 9.600 €. Como en dicho proyecto colaboran el 80 % de los alum@s del instituto, deberán contribuir con 3 € más que si hubieran colaborado todos los alum@s. Determina el número de alum@s del instituto y la cantidad con la que deberían haber contribuido cada uno de ellos si TODOS los alum@s hubieran contribuido en dicho proyecto.

12.- Resuelve la inecuación: $\frac{x^2 - 9}{2x - 10} \geq 1$

Ejercicios Controles Matemáticas 1º BCN

Curso 11-12

1.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} \sqrt{x} + y = 5 \\ \text{Log}(x+1) - \text{Log}(y-1) = 1 \end{cases}$ SOL : $x = 9$, $y = 2$

2.,

a) Racionaliza y simplifica la expresión: $\frac{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}} - \frac{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}}$ Sol : $\frac{-2 \cdot \sqrt{a^2 - b^2}}{b}$

b) Halla el 4º término, simplificado al máximo, correspondiente al desarrollo de $\left(3^x - \frac{1}{27^x}\right)^5$
Sol : $\frac{-10}{3^{7x}}$

3.- Un grupo de amigos han decidido comprar un regalo de boda por importe de 1.800 €. Cuando han ido a recaudar el dinero, 2 de ellos se han negado a contribuir en el regalo por lo que el resto han debido pagar 45 € más de lo en principio previsto. ¿Cuántos amigos iban a contribuir en el regalo? ¿Qué cantidad habían previsto pagar cada uno al principio?.

$$SOL: \begin{cases} 180€ \\ 10 \text{ _amigos} \end{cases}$$

4.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \log x - 2 \log y = 1 \\ y + 2 = \sqrt{x - 1} \end{cases}$$

$$SOL: \begin{cases} x = 10 \\ y = 1 \end{cases}$$

5.- a) Utilizando propiedades de los radicales sabemos que: $\left(\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right)^p = \frac{\sqrt[n]{a^p}}{\sqrt[n]{b^p}}$. Se te pide:

a₁) ¿Qué propiedades se han utilizado?.

Sol: *Raíz de un cociente y Potencia de una Raíz*

a₂) Demuestra dicha expresión utilizando la forma potencial del radical.

b) Extrae factores, racionaliza, simplifica y desarrolla el numerador (se aconseja por este orden)

la expresión: $\sqrt{\frac{5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}}}$ Sol: $5 - 2\sqrt{6}$

6.- Dada la siguiente potencia: $\left(8^x - \frac{1}{\sqrt{2^{1-x}}}\right)^{10}$. Se te pide:

c) ¿Cuántos términos tendrá el desarrollo completo?. Escribe, sin operar, el que corresponde al término que ocuparía la posición **9^o** en su desarrollo correspondiente.

$$Sol: \text{Término } 9^o \rightarrow \binom{10}{8} \cdot (8^x)^{10-8} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{2^{1-x}}}\right)^8$$

d) Opera y simplifica la expresión anterior.

$$Sol: 45 \cdot 2^{10x-4}$$

e) Determina el valor que deberá tomar "x" para que el valor de dicho término sea $\frac{45}{4}$.

$$Sol: x = \frac{1}{5}$$

7.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones, determinando y comprobando la solución entera:

$$\begin{cases} \log_x (y^2 - 1) = 3 \\ \sqrt{x^3 + 1} + 3 = 2y \end{cases}$$

$$Sol: \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} \text{El logaritmo tiene base positiva y número mayor que cero} \\ \sqrt{2^3 + 1} + 3 = 2 \cdot 3 \rightarrow \sqrt{8 + 1} + 3 = 6 \rightarrow 3 + 3 = 6 \rightarrow 6 = 6 \end{array} \rightarrow \text{Válida}$$

8.- En el concierto de barricada celebrado en Pamplona el pasado año hubo una recaudación de 20.000 €. En este año se ha celebrado un nuevo concierto en el que el precio de las entradas se ha incrementado un 12%, si sabemos que este año han asistido 100 personas menos al concierto y que la recaudación ha bajado en 2.080 €. Determina el número de asistentes al primer concierto y el precio de las entradas en dicho concierto.

$$Sol: \begin{cases} x = 500 \text{ personas asistieron} \\ y = 40 \text{ € entrada} \end{cases}$$

9.- Resuelve la inecuación: $\frac{2x^3 + 3x^2 - 1}{x - 2} \leq 0$

$$sol: \{-1\} \cup [1/2, 2)$$

10.- Elige uno de los apartados que se te proponen a continuación.

10.1.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \sqrt[3]{2^{y-4}} = (0,25)^{\frac{x-4}{y+4}} \\ 2 \cdot \text{Log } y - \text{Log } 4 = \text{Log } x \end{cases} \quad \text{Sol: } \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases}$$

10.2.-

a) Comprueba que el tercer término correspondiente al desarrollo de: $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{2^x}} - \sqrt[3]{2}\right)^8$ es $28 \cdot 2^{\frac{2-2x^2}{x}}$.

b) Determina el valor que deberá tomar "x" para que dicho término valga 224.
$$\text{Sol: } \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

11.- Resuelve la inecuación: $x^3 + 3x + 1 \leq 4x - x^2 + 2$
$$\text{Sol: } (-\infty, 1]$$

12.- Elige uno de los apartados que se te proponen a continuación.

12.1.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \text{Log}_x(3y + 1) = 1 \\ \sqrt{x-1} + y = 6 \end{cases} \quad \text{Sol: } \begin{cases} x_2 = 10 \\ y_2 = 3 \end{cases}$$

12.2.-

a) Se sabe que uno de los términos correspondientes al desarrollo de $(a+b)^n$ viene dado por la expresión: $\binom{7}{3} \cdot \left(2^{\frac{x}{3}}\right)^4 \cdot \left(-2^{\frac{-3}{4}}\right)^3$, se te pide:

a₁) ¿Qué posición ocupa dicho término en el desarrollo?. Indica los valores de "a", "b" y "n".

Escribe la forma que tendrá la potencia del binomio
$$\text{Sol: } \begin{cases} a = \sqrt[3]{2^x}, \quad b = \frac{-1}{\sqrt[4]{2^3}}, \\ n = 7, \quad \left(\sqrt[3]{2^x} - \frac{1}{\sqrt[4]{2^3}}\right)^7 \end{cases}$$

a₂) Opera y simplifica, al máximo dicho término.

$$\text{Sol: } -35 \cdot 2^{\frac{16x-27}{12}}$$

b) Indica la expresión, sin operar, que tendría el sexto término del desarrollo.

$$\text{Sol: } \binom{7}{5} \cdot \left(2^{\frac{x}{3}}\right)^2 \cdot \left(-2^{\frac{-3}{4}}\right)^5$$

c) Si dicho término, operado y simplificado fuera: $-21 \cdot 2^{\frac{8x-45}{12}}$, determina el valor que ha de tomar "x" para que dicho término valga -168.
$$\text{Sol: } x = \frac{81}{8}$$

13.- Resuelve la inecuación: $\frac{x^2 - 2x + 1}{x} \leq 0$
$$\text{Sol: } (-\infty, 0) \cup \{1\}$$

1.- a) Utilizando propiedades de los radicales sabemos que: $\left(\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}\right)^p = \sqrt[n \cdot m]{a^p}$. Se te pide:

a₁) ¿Qué propiedades se han utilizado?.

Sol: **Raíz de Raíz y Potencia de una Raíz**

a₂) Demuestra dicha expresión utilizando la forma potencial del radical.

b) Extrae factores, racionaliza, simplifica y desarrolla el numerador (se aconseja por este orden)

la expresión: $\frac{20\sqrt{2} + 15\sqrt{3}}{\sqrt{32} - \sqrt{27}}$.

Sol: $59 + 24\sqrt{6}$

2.- Dada la siguiente potencia: $\left(\frac{1}{5} - \sqrt[3]{5^x}\right)^n$. Se te pide:

a) Expresión, sin operar, que corresponde al término que ocuparía la posición p en su desarrollo correspondiente.

Sol: $\binom{n}{p-1} \left(\frac{1}{5}\right)^{n-p+1} \left(-\sqrt[3]{5^x}\right)^{p-1}$.

b) Determina completamente desarrollado el 4º término del desarrollo de dicho binomio en el que $n = 4$.

Sol: $-4 \cdot 5^{x-1}$

c) Si dicho termino es: $-4 \cdot 5^{x-1}$ Determina el valor que deberá tomar "x" para que el valor de dicho término sea. -28.

Sol: $x = \frac{\text{Log } 7}{\text{Log } 5} + 1 = 2,21$

3.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones, determinando y comprobando la solución entera:

$$\begin{cases} \text{Log}(2x + y) - 1 = \text{Log}(x - y - 1) \\ \sqrt{x + 5} - y = 1 \end{cases}$$

Sol: $x = 4, y = 2$

4.- Determina las dimensiones de un rectángulo en el que sabemos que si su base disminuye en 60 cm y su altura aumenta en 20cm se convierte en un cuadrado cuya área es 400 cm². menor que la del rectángulo de partida.

Sol: **Base=100cm Altura=20cm.**

5.- Resuelve la inecuación: $\frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x - 3} \geq 0$

Sol: $(-\infty, -3] \cup \{1\} \cup (3, +\infty)$

6.-

a) Consideremos al siguiente potencia: $(4^{-x} - 8^x)^7$. Se te pide:

a₁) Determina el 6º término correspondiente al desarrollo Newton de dicha potencia. Deberás dar completamente simplificado.

Sol: $-21 \cdot 2^{11x}$

a₂) Si el dicho término fuera $-21 \cdot 2^{11x}$. Determina el valor que deberá tomar "x" para que dicho término valga -63.

Sol: $x = \frac{\text{Log } 3}{11 \cdot \text{Log } 2} = 0,144$

b) Resuelve la inecuación: $\frac{x^3 + x^2 - 16x + 20}{x} \geq 0$

Sol: $(-\infty, -5] \cup (0, \infty)$

7.-

a) Consideremos la siguiente potencia de un binomio: $(a - b)^n$. Se te pide:

a₁) Expresión correspondiente al término que ocupa la posición "k" en el desarrollo de esa potencia.

$$\binom{n}{k-1} \cdot a^{n-k+1} \cdot (-b)^{k-1}$$

a₂) Si uno de esos términos responde a la expresión: $\binom{8}{3} \cdot (25^x)^{8-3} \left(\frac{-1}{5^x}\right)^3$. ¿Qué posición ocupa dicho término dentro del desarrollo?. Escribe la potencia de la que procede. Determina el valor de dicho término operado y simplificado al máximo.

Sol: Ocupa la posición: $k - 1 = 3 \rightarrow k = 4$, posición $4^a - 56 \cdot 5^{7x}$

b) Resuelve:

b₁) La ecuación: $3 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x = 2$

Sol: $x = 1$

b₂) Si la ecuación anterior tiene como única solución $x = 1$. Resuelve la inecuación: $3 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x > 2$

Sol: $(1, \infty)$

8.-

a) Racionaliza y simplifica la expresión: $\frac{\sqrt{x}}{x-3\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}}$

Sol: $\frac{6}{x-9}$

b) Halla el 4º término, simplificado al máximo, correspondiente al desarrollo de $\left(8^x - \frac{1}{2^x}\right)^5$

Sol: $-10 \cdot 2^{3x}$

9.- Se han comprado 1450 unidades de DVD y CD en total. Si se hubieran comprado 50 unidades más de DVD, el número de DVDs sería el doble que el de CDs. ¿Cuántas unidades de DVDs y CDs se han comprado?. ¿cuántas de CDs se han comprado?

Sol: **950 DVD y 500 CD**

10.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} \log x - 2 \log y = 1 \\ 5^x \cdot 5^y = 125 \end{cases}$

$y_1 = \frac{1}{2} \rightarrow x_1 = \frac{5}{2}$

11.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} \sqrt{x} = 4 - y \\ \text{Log}_y(x+4) = 2 \end{cases}$

Sol: $\begin{cases} x = 9/4 \\ y = 5/2 \end{cases}$

Ejercicios Controles Matemáticas 1º BCN

Curso 09-10

12.- a) Una de las propiedades de las raíces se puede expresar como: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^m}} = \sqrt[n]{a}$. Se te pide:

a₁) Expresa con palabras dicha propiedad.

a₂) Utiliza dicha propiedad operando la siguiente expresión: $\sqrt[3]{16ab^2} + \sqrt[6]{4a^2b^4}$

Sol: $3 \cdot \sqrt[3]{2ab^2}$

b) Opera, simplificando y racionalizando la siguiente expresión: $\sqrt{\frac{2\sqrt{7}+1}{2\sqrt{7}-1}}$

Sol: $\frac{2\sqrt{21} + \sqrt{3}}{9}$

13.- Dada la siguiente potencia: $\left(\sqrt{2^x} - \frac{1}{2}\right)^n$. Se te pide:

a) Expresión correspondiente al término que ocuparía la posición k en su desarrollo correspondiente.

Sol: $\binom{n}{k-1} \left(\sqrt{2^x}\right)^{n-(k-1)} \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^{k-1}$

b) Determina completamente desarrollado el 6º término del desarrollo de dicho binomio en el que $n = 8$.

Sol: $-56 \cdot 2^{\frac{3x}{2}-5}$

- c) Determina el valor que deberá tomar "x" en dicho desarrollo para que el valor del mismo sea -112.
Sol: x=4

14.- Resuelve la siguiente ecuación: $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-4} - 3 = 0$ Sol: x=4

15.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \text{Log}(x^2 + y) - 1 - \text{Log } y = 0 \\ x + y = \frac{8}{x - y} \end{cases}$$
 Sol:
$$\left. \begin{array}{l} 1^a : x = 6\sqrt{2}, y = 8 \\ 2^a : x = -6\sqrt{2}, y = 8 \\ 3^a : x = 3, y = 1 \\ 4^a : x = -3, y = 1 \end{array} \right\} \rightarrow$$

16.- En una fábrica para montar dos tipos de bicicletas se utilizan dos operarios. El primer tipo de bicicleta necesita para su montaje dos horas del operario A y cinco del operario B. El segundo tipo de bicicletas necesita tres horas del operario A y dos del operario B. Si se han utilizado 46 horas del operario A y 65 horas del B determina el número de bicicletas fabricadas de cada tipo.

Sol: *Se fabricarán 8 bicis del tipo 1 y 10 del tipo 2.*

17.- Resuelve la inecuación: $2x^3 - 10 > 9x - 3x^2$ Sol: $(-2,5, -1) \cup (2, \infty)$

- 18-
a) Toda raíz se puede expresar como potenciaSe te pide:
a₁) Completa los puntos suspensivos y exprésala con notación matemática.

a₂) Utiliza dicha propiedad y expresa la raíz: $\sqrt[3]{\frac{2^3 \sqrt{4}}{\sqrt[2]{8}}}$ como una potencia de base dos. Sol: $2^{\frac{1}{18}}$

19.- Dada la siguiente potencia: $\left(3 - \frac{1}{\sqrt{3^x}}\right)^n$. Se te pide:

- a) Expresión correspondiente al término que ocuparía la posición k en su desarrollo correspondien e.

Sol: $\binom{n}{k-1} (3)^{n-(k-1)} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{3^x}}\right)^{k-1}$

- b) Determina completamente desarrollado el 4º término del desarrollo de dicho binomio en el que n = 6.

Sol: $-20 \cdot 3^{3-\frac{3x}{2}}$

- c) Determina el valor que deberá tomar "x" en dicho desarrollo para que el valor del mismo sea -180.

Sol: $x = \frac{2}{3}$

20.- Factoriza y resuelve la siguiente ecuación: $x^4 - 3x^2 = -2x$

Sol: $x(x-1)^2(x+2) = 0 \xrightarrow{\text{Soluciones}} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1 \text{ Doble} \\ x+2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$

21.- Resuelve el sistema de ecuaciones: Comprueba únicamente la solución entera.

$$\begin{cases} \text{Log}(y^2 - 3x) + 1 = \text{Log}(x + 2) \\ y - \sqrt{x-7} = 4 \end{cases}$$

Sol: *La solución entera: x=8, y=5*

22.- En una pastelería se fabrican dos clases de tartas. La primera necesita 2'4 Kg de masa y 3 horas de elaboración. La segunda necesita 4 Kg de masa y 2 horas de elaboración. Calcula el número de tartas elaboradas de cada tipo si se han dedicado 67 horas de trabajo y 80 Kg de masa.

Sol: **Se fabricarán 15 tartas del tipo 1 y 11 del tipo 2.**

23.- Resuelve la inecuación: $\frac{x^2 + x - 2}{x + 3} \leq -1$

Sol: La solución será por tanto: $(-\infty, -3)$, es decir: $\{x \in \mathbb{R} / x < -3\}$

24.-

a) Determina el 4º término correspondiente al desarrollo Newton de: $\left(3\sqrt{x-5} - \frac{1}{2\sqrt{x-5}}\right)^7$. El resultado

lo deberás dar completamente simplificado y racionalizado.

$$\text{Sol: } \frac{-2835\sqrt{x-5}}{8}$$

b) Determina el valor de x en cada una de las siguientes expresiones:

b1) $\text{Log}_{\frac{1}{3}} 81 = x$ Sol: $x = -4$

b1) $5^x = 36$

Sol: $x = \frac{\text{Log } 36}{\text{Log } 5} = 2,23$

25.- Resuelve uno de los ejercicios siguientes:

24a) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - y = 1 \\ \frac{x+y}{y} - \frac{x-y}{2y} = 3 \end{cases}$$
 Sol: $\begin{matrix} x = 3 \\ y = 1 \end{matrix}$

24b) Resuelve la inecuación: $x^3 - 4x \leq 4 - x^2$.

Solución: $(-\infty, -2] \cup [-1, 2]$

26.-

a) Determina el 4º término correspondiente al desarrollo Newton de: $\left(\frac{\sqrt{x+3}}{5} - \frac{2}{\sqrt{x+3}}\right)^5$. El resultado lo

deberás dar completamente simplificado y racionalizado.

$$\text{Sol: } \frac{-16\sqrt{x+3}}{5(x+3)}$$

b) Determina el valor de x en cada una de las siguientes expresiones:

b1) $\text{Log}_{\frac{1}{5}} 625 = x$ Sol: $x = -4$

b1) $3^x = 63$

Sol: $x = \frac{\text{Log } 63}{\text{Log } 3}$

27.- Los estudiantes de 1º bachillerato del IES Tierra Estella, están preparando una excursión. La agencia de viajes ha presupuestado el viaje en 1.620€. A la hora del viaje dos alumnos se ponen enfermos y el resto llegan al acuerdo de hacerse cargo del coste de sus compañeros, debiendo pagar 4,8€ mas cada uno de los que sí van al viaje. Se te pide:

a) ¿Cuántos alumnos hay en 1º Bachiller en el instituto?.

Sol: **27 alumnos.**

b) Si hubieran ido todos ¿Cuánto deberían haber pagado cada uno?.

60€

28.- Aritmética:

28a) Dada la potencia: $\left(\sqrt{27^x} - \frac{1}{\sqrt{3^x}}\right)^8$, determina el 6º término correspondiente al desarrollo Newton de

dicha potencia. El resultado lo deberás dar completamente operado y simplificado.

$$\text{Sol: } -56 \cdot 3^{2x}$$

28b) Efectúa simplificando, racionalizando previamente la expresión: $\frac{4 + \sqrt{6}}{2\sqrt{3}} - \frac{2}{3 - \sqrt{3}}$

Sol: $\frac{-6 + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{6}$

29.- Álgebra:

28a) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 11 \\ 2 \cdot \text{Log } x = 1 + \text{Log } y \end{cases}$ Sol: $x = \sqrt{10}; y = 1$

28b) El beneficio de una empresa viene dado por la expresión: $B = -x^2 + 80x - 1200$, donde x es número de miles de unidades producidas y B el beneficio en miles de €uros. ¿Cuántas unidades habrá de producir para que el beneficio sea superior a los 300.000€? Solución: $x \in (30, 50)$

30.- Aritmética:

19a) Dada la potencia: $\left(\sqrt{8^x} - \frac{1}{\sqrt{2^x}}\right)^6$, determina el 4º término correspondiente al desarrollo Newton de dicha potencia. El resultado lo deberás dar completamente operado y simplificado. Sol: $-20 \cdot 2^{3x}$

19b) Escribe como potencia de "a", después como raíz y racionaliza el resultado final obtenido:

$\left[\sqrt[3]{\sqrt[5]{a^{12}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a^2}}\right] : (a \cdot \sqrt[4]{a^{-2}})$ Sol: $\frac{\sqrt[30]{a^{19}}}{a}$

31.- Álgebra:

31a) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x^2 - y^2 = 99 \\ \text{Log } x = 1 + 2 \cdot \text{Log } y \end{cases}$ Sol: $x=10, y=-1$

31b) La altura a la que se encuentra un obús, lanzado por un cañón, responde a la expresión:

$H = 40t - t^2$ $\begin{cases} H \text{ altura en metros} \\ t \text{ tiempo transcurrido en segundos} \end{cases}$. Determina el intervalo de tiempo en el que obús

está a una altura superior o igual a 300 metros. Sol: Solución: $x \in [10, 30]$

Ejercicios Controles Matemáticas 1º BCN

Curso 08-09

32.-

a) Define raíz enésima de un número "a".

a1) Simbólicamente, completando la expresión: $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow \dots\dots\dots$

a2) De forma literal (con palabras).

b) Usando la definición anterior demuestra la forma potencial de una raíz, es decir: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

c) Opera, simplificando y racionalizando la siguiente expresión: $\frac{3\sqrt{a^3} - 2a\sqrt[4]{a^2} + a}{a\sqrt{a} - a}$ Sol: $\frac{a + 1 + 2\sqrt{a}}{a - 1}$

33.-

a) Determinar, totalmente desarrollado y simplificado el 4º término correspondiente al desarrollo de Newton de la siguiente potencia $\left(2^x - \frac{1}{4}\right)^7$. Sol: $-35 \cdot 2^{4x-6}$

b) Determina el valor que deberá tomar "x" en la expresión anterior para que el valor de dicho término valga -140 Sol: $x=2$

34.- Aplicando la definición de logaritmo, determina el valor que deberá tener "x" en cada una de las siguientes expresiones:

a) $\text{Log}_3 x = \frac{-1}{2}$

Sol: $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $\text{Log}_x \sqrt{8} = 3$

Sol: $x = \sqrt{2}$

c) $\text{Log}_2 3 = x$

Sol: $x = \frac{\text{Log } 3}{\text{Log } 2} = 1,585$

34.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \sqrt{2x + y} - 2 = y \\ \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = \frac{8}{xy} \end{cases}$$
 Sol: $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

36.- Resuelve la inecuación: $x^3 - x^2 + 9 \geq 9x$.

Solución: $[-3, 1] \cup [3, \infty]$

37.- Determina las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su diagonal mide 13 cm y el perímetro 34 cm.

Sol: 5×12 ó 12×5

Ejercicios Controles Matemáticas 1º BCN

Curso 07-08

38.-

a) La expresión $\sqrt[n]{a^m}$ se puede expresar como potencia. Ponla como potencia y generaliza con palabras la regla que se puede aplicar. Sol:

b) Aplicando dicha regla y las propiedades de las potencias demuestra o justifica la expresión: $\left(\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}\right)^p = \sqrt[n \cdot m]{a^p}$

c) Racionaliza y después opera y simplifica la expresión resultante correspondiente a la siguiente expresión:

$$\frac{2a - 3b - \sqrt{ab}}{2\sqrt{a} - 3\sqrt{b}}$$
 Sol: $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

39.-

a) Indica la expresión correspondiente al término que ocupa la posición k dentro del desarrollo del binomio de Newton correspondiente a $(a - b)^n$. Sol: **Término k** = $\binom{n}{k-1} \cdot a^{n-(k-1)} \cdot (-b)^{k-1}$

b) Obtén, completamente desarrollado y simplificado, el 4º término correspondiente al desarrollo de Newton de la siguiente potencia: $\left(2x - \frac{1}{2\sqrt[3]{x^2}}\right)^7$ Sol: $-70x^2$

40.- Determina el valor de "x" en las siguientes expresiones:

a) $\text{Log}_x \frac{1}{27} = -3$

Sol x=3

b) $\text{Log}_{16} x = \frac{1}{4}$

Sol: $x=2$

c) $3^x = 77$

Sol $x = \frac{\text{Log } 77}{\text{Log } 3}$

41.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \text{Log}(x + 9) - 1 = \text{Log } y - \text{Log } 3 \\ \sqrt{2y - 6x} + 2 = 2x \end{cases}$$
 Sol: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

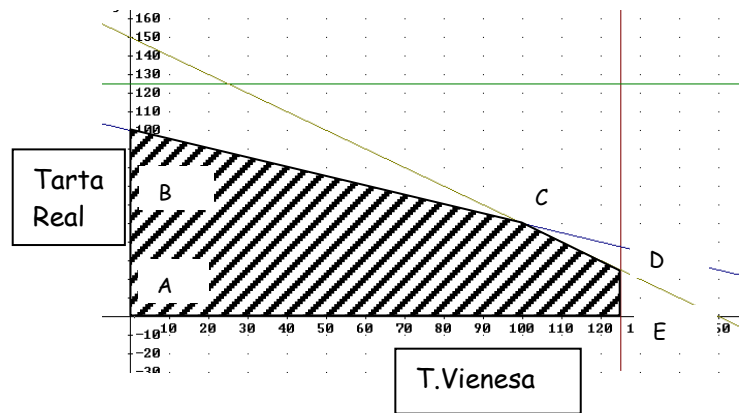
42.- Resuelve la siguiente inecuación: $x^5 - x^3 \leq 6x$

Sol: $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup [0, \sqrt{3}]$

43 En una pastelería se hacen dos tipos de tartas: Vienesa y Real. Cada tarta Vienesa necesita un cuarto Kg de relleno y un Kg. de bizcocho y produce un beneficio de 2,50 €, mientras que una tarta Real necesita medio Kg. de relleno y un Kg. de bizcocho y produce 4€ Ptas. de beneficio. En la pastelería se pueden hacer diariamente hasta 150 Kg. de bizcocho y 50 Kg. de relleno, aunque por problemas de maquinaria no pueden hacer mas de 125 tartas de cada tipo.

a) Determina el recinto del plano al que le corresponden el número de tartas de cada tipo que se pueden producir de acuerdo a las restricciones establecidas.

b) Determina la ecuación del beneficio que puede obtener la pastelería e indica los beneficios correspondientes a los vértices del recinto. ¿Cuál será por tanto el beneficio máximo que obtendrá la pastelería?. ¿Qué nº de tartas deberá producir de cada tipo para obtener dicho beneficio?.



Sol; $B = 2,5x + 4y$, El máximo beneficio se obtiene en C y deberá fabricar 100 de Vienesa y 50 Real

44.- Dada la expresión: $\left(\frac{x}{\sqrt{8}} - \frac{2}{x}\right)^5$. Determina el 4º término correspondiente al desarrollo del binomio de Newton.

El resultado deberás darlo simplificado y racionalizado.

Sol: $-\frac{10}{x}$

45.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} 2\sqrt{x+1} - y = 1 \\ \text{Log}(x-2) - \text{Log}(3y+1) = -1 \end{cases}$$

Sol: $x=3, y=3$

46.- Resuelve la siguiente inecuación: $\frac{x}{3} - \frac{x}{x+2} - \frac{2x}{3x+6} \geq 0$

Sol: $(-2, 0] \cup [3, \infty)$

47.- a) Determina el 6º término correspondiente al desarrollo Newton de: $\left(x\sqrt{18} - \frac{1}{x\sqrt{3}}\right)^7$. El resultado lo deberás dar completamente simplificado y racionalizado.

Sol: $\frac{-14\sqrt{3}}{x^3}$

b) Calcula el valor de "x" en cada una de las siguientes expresiones.

b1) $\text{Log}_{\frac{1}{5}}(2x+1) = -2$

Sol: $x=12$

b2) $3^x = 45$ Sol: $x = \frac{\text{Log } 45}{\text{Log } 3}$

48.- Dada la expresión: $\left(\sqrt{7}x^2 - \frac{1}{\sqrt{14}x}\right)^8$. Determina el 6º término correspondiente al desarrollo del binomio de

Newton. El resultado deberás darlo simplificado y racionalizado.

Sol: $-\sqrt{2}x$

49.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} 2^x \cdot 8^y = 64 \\ \text{Log}(x+7) + 1 = 2\text{Log}(y+9) \end{cases}$$
 Sol: $y_1 = 1 \rightarrow x_1 = 3$

50.- Resuelve la siguiente inecuación: $\frac{x+2}{2} - \frac{3}{x+1} \geq \frac{x}{2}$ Sol: $x \in (-\infty, -1) \cup [2, \infty)$

51.- a) Simplifica el numerador y racionaliza la expresión: $\frac{\sqrt{27} - \sqrt{50} + \sqrt{12} + \sqrt{8}}{5\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}$ Sol: $\frac{31 - 10\sqrt{6}}{19}$

b) Halla el cociente que resulta de dividir el término noveno por el sexto del desarrollo de $\left(\frac{1}{2} - a\right)^{14}$
Sol: $-12 \cdot a^3$

52.- La diagonal de un rectángulo mide 10 cm. Determina sus dimensiones sabiendo que si se modifica el rectángulo disminuyendo la altura en un cm y aumentando su base en 4 cm; su diagonal mediría 13 cm. Sol: $x=6, y=8$

53.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \log(x^2 \cdot y) = 2 \\ \log x = 6 + \log y^2 \end{cases}$$
 Sol: $x=100, y=0,01$

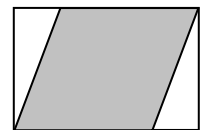
54.- Un grupo de alumnos de 1º Bachiller han alquilado, para acudir a un concierto de rock, un microbús por 1200 €. El día de la excursión 3 de ellos, por causa totalmente justificada, no pueden ir. Por dicha razón los que sí van deciden hacerse cargo de lo que deberían pagar los que no van, debiendo pagar, cada uno, 20 € más de lo previsto. Determina el número de alumnos que se habían alquilado originalmente el microbús y la cantidad prevista a abonar por cada uno de ellos. Sol: **805, 15 alumnos**

55.- Resuelve la siguiente inecuación: $x^3 + x^2 < x + 1$ Sol: $(-\infty, -1) \cup (-1, 1)$

56.- a) Simplifica el numerador y racionaliza la expresión: $\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}$ Sol: $x + \sqrt{x^2 - 1}$

b) Halla el 4º término correspondiente al desarrollo de $\left(\sqrt{a} - \frac{1}{a}\right)^5$ Sol: $\frac{-10}{a^2}$

57.- La zona sombreada de la figura adjunta, es un rombo de 40 metros de perímetro. Determina las dimensiones del rectángulo sabiendo que la longitud de la base es el triple de la de la altura. Sol: **6m de altura y 18 m de base.**



58.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} 3^x : 3^y = 9 \\ 2 \cdot \text{Log}(x+6) - \text{log}(3-y) = 2 \end{cases}$$
 Sol: $x=4, y=2$

59.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} \text{Log}(x+2y) - \text{Log}(2x-y) = \frac{1}{4} \text{Log} 81 \\ \sqrt{8(x+y)} - 3 = x \end{cases}$$

Sol:
$$\left. \begin{matrix} x_1 = 9 \\ y_1 = 9 \end{matrix} \right\} y \left. \begin{matrix} x_1 = 1 \\ y_1 = 1 \end{matrix} \right\}$$