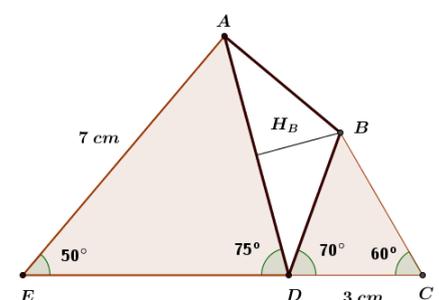




- 1.- De un triángulo se conoce el ángulo $\hat{A} = 75^\circ$ y los lados $c = 8 \text{ cm}$ y $b = 12 \text{ cm}$. Se te pide:
- Resuelve el triángulo (calcula los valores desconocidos)
 - Calcula el área de dicho triángulo.
- 2.- Resuelve la ecuación trigonométrica: $2 \cdot \text{Sen}^2 x + \text{Cos } 2x = 4 \cdot \text{Cos}^2 x$.
- 3.- De un triángulo se conocen el valor de lado $c = 10 \text{ cm}$ y los ángulos $\hat{A} = 40^\circ$ y $\hat{B} = 60^\circ$, Se te pide:
- Resuelve el triángulo calculando los elementos del triángulo que faltan.
 - Calcula el área de dicho triángulo.
- 4.- Sabiendo que $\text{Cos } \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{5}$ y que $\text{Sen } \alpha < 0$. Se te pide:
- Sin usar la calculadora, determina el resto de las razones trigonométricas del ángulo, situando previamente el ángulo en su cuadrante. Usando la calculadora determina el ángulo y exprésalo en grados y radianes
 - Resuelve la ecuación: $\text{Sen}^2 x + \text{Cos } x = 1$
- 5.- Se sabe que $\text{Sen } \alpha = -\frac{1}{3}$ y que $\text{Tan } \alpha > 0$. Se te pide:
- Localiza, de forma razonada el cuadrante en el que se encuentra dicho ángulo, y los signos del resto de sus razones trigonométricas. Determina, sin usar la calculadora (valor exacto), el valor del resto de sus razones trigonométrica
 - Con los valores hallados en el apartado anterior, determina el valor exacto de:
 - $\text{Tan } (\pi - \alpha)$
 - $\text{Sen}\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$
 - Utilizando la calculadora determina el valor de α y exprésalo en grados sexagesimales y en radianes.
- 6.-
- Demuestra la siguiente identidad: $\frac{\text{Cos}^2 \alpha - \text{Cos } (2\alpha)}{1 - \text{Cos } \alpha} = 1 + \text{Cos } \alpha$
 - Resuelve la ecuación trigonométrica, dando todas las soluciones expresándolas en grados y radianes: $2 \cdot \text{Sen } x + \sqrt{3} \cdot \text{Tan } x = 0$
- 7.- En la figura adjunta, se te pide:
- Determina la distancia entre los puntos A y B (calcula previamente \overline{AD} y \overline{BD}).
 - En el triángulo ABD determina la altura trazada desde el vértice B y después su superficie. (Si no los has calculado en el apartado anterior puedes usar como valores $\overline{AD} = 5'55 \text{ m}$ y $\overline{BD} = 3'39 \text{ m}$)





b) Con los valores hallados en el apartado anterior, determina el valor exacto de:

$$b_1) \cos(\pi + \alpha)$$

$$b_2) \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$$

c) Utilizando la calculadora determina el valor de α y exprésalo en grados sexagesimales y en radianes.

9.-

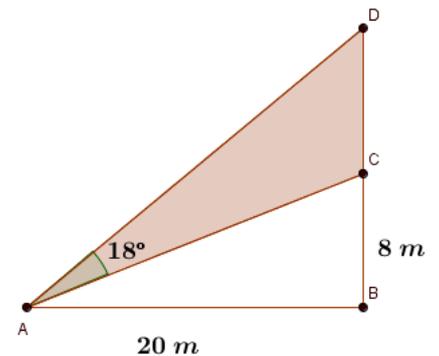
a) Demuestra la siguiente identidad: $\cos 3\alpha - \cos \alpha - \sin 2\alpha = -\sin 2\alpha \cdot (2 \cdot \sin \alpha + 1)$

b) Resuelve la ecuación trigonométrica, dando todas las soluciones expresándolas en grados y radianes: $\cos 3x - \cos x - \sin 2x = 0$

10.- En la figura adjunta, se te pide:

a) Resolver el triángulo ACD

b) Calcula su superficie de dicho triángulo, determinando la altura trazada desde el vértice C.p



1.- Los lados de un triángulo miden 7, 9 y 11 cm respectivamente. Se te pide:

a) Determina los ángulos del triángulo .

b) Calcula el área de dicho triángulo.

2.- Resuelve la ecuación trigonométrica: $4 \cdot \cos 2x + 3 \cdot \cos x = 1$.

3.- De un triángulo se conocen el valor de dos lados $a=15$, $b=6$ y el ángulo $\hat{C} = 60^\circ$, Se te pide:

a) Resuelve el triángulo calculando el lado y ángulos que faltan

a) Calcula el área de dicho triángulo.

4.- Sabiendo que $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}$ y que $\sin \alpha < 0$. Se te pide:

a) Determina el resto de las razones trigonométricas del ángulo, situando previamente el ángulo en su cuadrante.

b) Si el $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$ y el $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, determina

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\sin(\alpha - 30^\circ)$$

$$\cos 2\alpha$$

4.- De un ángulo " α ", sabemos que: $\begin{cases} \tan \alpha = -2\sqrt{2} \\ \alpha < \pi \end{cases}$. Se te pide:



- a) Determina en qué cuadrante se encontrará α , razonándolo convenientemente y determina el valor exacto del resto de las razones trigonométricas (no se puede usar la calculadora)
- b) Determina, usando la calculadora, el ángulo en grados y radianes.
- c) Haciendo uso de los valores obtenidos en el apartado a) es decir sin usar la calculadora, determina el valor exacto de:

$$c_1) \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$c_2) \tan \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

5.-

- a) Comprueba la siguiente identidad trigonométrica: $\frac{\sec \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \sec \alpha$
- b) Resuelve la ecuación trigonométrica: $\cos(2x) + \sin x = 4 \cdot \sin^2 x$

6.- En un entrenamiento de fútbol se coloca el balón en un punto situado a 5 m y 8 m de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7 m. Se te pide:

- a) Realiza un esquema de la situación planteada y determina el ángulo con que se ve la portería desde ese punto?
- b) Determina el valor de los otros 2 ángulos.
- c) De termina la superficie del campo limitada por los postes y el punto en que se haya situado el balón.)



7.- Se sabe que $\operatorname{Cosec} \alpha = \frac{4}{3}$ y que $\alpha \notin \text{cuadrante } 1^\circ$. Se te pide:

a) Localiza, de forma razonada el cuadrante en el que se encuentra dicho ángulo, y los signos de las razones trigonométricas. Determina, sin usar la calculadora (valor exacto), el valor del resto de sus razones trigonométricas.

b) Con los valores hallados en el apartado anterior, determina el valor exacto de:

b₁) $\operatorname{Tan}(\pi - \alpha)$

b₂) $\operatorname{Sen}\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$

c) Utilizando la calculadora determina el valor de α y exprésalo en grados sexagesimales y en radianes.

8.-

a) Demuestra la siguiente identidad: $\frac{\operatorname{Cos}^4 \alpha - \operatorname{Sen}^4 \alpha}{\operatorname{Sen} \alpha \cdot \operatorname{Cos} \alpha} = \frac{1 - \operatorname{Tan}^2 \alpha}{\operatorname{Tan} \alpha}$

b) Resuelve la ecuación trigonométrica: $\operatorname{Cos}^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{Cos}^2 x = \frac{3}{2}$

9.- En una parcela triangular, uno de sus lados mide 80 m. y sus ángulos contiguos 60° y 45° respectivamente. determina:

a) Resuelve el triángulo de la parcela.

a) El perímetro de dicha parcela.

c) La superficie de dicha parcela.

1.- Dos lados de un triángulo miden 7 y 9 cm, y el ángulo comprendido 53° . Se te pide:

c) Determina el otro lado y el resto de sus ángulos.

d) Calcula el área de dicho triángulo.

2.- Resuelve la ecuación trigonométrica: $\operatorname{Sen} 2x - \operatorname{Cos} x = 0$.

3.- Los lados de un triángulo miden $a=10$, $b=4$ y $c=7$ cm. Se te pide:

a) El ángulo \hat{C} .

a) Calcula el área de dicho triángulo.

4.- Sabiendo que $\operatorname{Tan} \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$ y que $\operatorname{Cos} \alpha < 0$. Se te pide:

a) Determina el resto de las razones trigonométricas del ángulo, situando previamente el ángulo en su cuadrante.

b) Si el $\operatorname{Sen} \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ y el $\operatorname{Cos} \alpha = \frac{-2}{3}$, determina

$\operatorname{Cos}(\pi - \alpha)$

$\operatorname{Sen}(\alpha + 60^\circ)$

$\operatorname{Sen} 2\alpha$



5.- De un ángulo " α ", sabemos que:
$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{-2}{3} \\ \alpha > \pi \end{cases}$$
 . Se te pide:

- Determina en qué cuadrante se encontrará α , razonándolo convenientemente y determina el valor exacto del resto de las razones trigonométricas.
- Determina el ángulo en grados y radianes.
- Haciendo uso de los valores obtenidos en el apartado a) es decir sin usar la calculadora, determina el valor exacto de:

$$c_1) \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} \qquad 0,5p \qquad c_2) \operatorname{Cos} (\pi + \alpha) \qquad 0,5p$$

6.-

a) Comprueba la siguiente identidad trigonométrica: $2 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) = \cos 2\alpha$

b) Resuelve la ecuación trigonométrica: $\cos (2x) = (\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha)^2$

7.- Los lados de un paralelogramo miden 10 cm. y 12 cm., y el ángulo que forman es de 148° . Se te pide:

- Calcular las diagonales y el ángulo que forman.
- Determina el valor de su área.

8.- Se sabe que $\operatorname{Tan} \alpha = 5$ y que $\operatorname{Sen} \alpha < 0$. Se te pide:

- Localiza, de forma razonada el cuadrante en el que se encuentra dicho ángulo, y los signos de las razones trigonométricas. Determina, sin usar la calculadora, el valor del resto de sus razones trigonométrica
- Con los valores hallados en el apartado anterior, determina el valor exacto de:
b₁) $\operatorname{Tan} (\pi - \alpha)$ b₂) $\operatorname{Cos} (\alpha - 30)$
- Utilizando la calculadora determina el valor de α y exprésalo en grados sexagesimales y en radianes.

9.-

a) Demuestra la siguiente identidad: $\frac{1}{2} \cdot \operatorname{Sen} 2\alpha \cdot (\operatorname{Tan} \alpha - \operatorname{Cotan} \alpha) = -\operatorname{Cos} 2\alpha$

b) Resuelve la ecuación trigonométrica: $2 \cdot \operatorname{Sen}^2 \frac{x}{2} + \operatorname{Sen}^2 x = 2$

10.- En una parcela triangular dos de sus lados miden 120 y 150 metros, Si el ángulo que forman ambos lados es de 100° . Se te pide:

- El perímetro de dicha parcela.
- Los ángulos del triángulo.
- La superficie de dicha parcela.



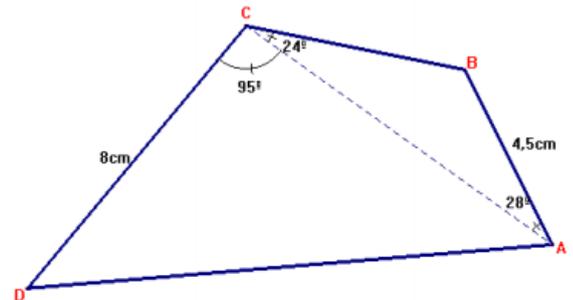
1.- Deberás resolver 1 uno de los apartados

1.1.- En un triángulo uno de sus lados mide 4 cm y sus ángulos contiguos miden 30° y 130° . Determina en dicho triángulo

- Los otros dos lados.
- El área del triángulo.

1.2.- Resuelve la ecuación: $\text{Cos}^2 x - 3 \cdot \text{Sen} x = 3$ y expresa el resultado en radianes.

2.- Obtén el perímetro del cuadrilátero ABCD. Deberás calcular los segmentos CB y AD.



3.- Resuelve la ecuación: $\text{Cos}(2x) - \text{Sen} x = 1$

4.- Sabiendo que $\text{Cos} \alpha = \frac{2}{3}$ siendo $\alpha > \pi$ radianes. Se te pide:

- Determina el resto de las razones trigonométricas de dicho ángulo razonando la localización del ángulo y los signos de las mismas
- Utilizando los valores hallados en el apartado anterior, determinar:

b₁) $\text{Tan}(\pi - \alpha) =$

b₂) $\text{Cos}(30 + \alpha) =$

5.- De un ángulo " α ", sabemos que: $\begin{cases} \text{Tan} \alpha = -\sqrt{3} \\ 0 < \alpha < \pi \end{cases}$. Se te pide:

- Sin hacer uso de la calculadora, localiza el cuadrante al que pertenece el ángulo, los signos de sus razones trigonométrica y determina el valor del resto de sus razones trigonométricas.
- Haciendo uso de los valores obtenidos en el apartado anterior, determina el valor **exacto** de:

b₁) Sin utilizar fórmulas: $\text{Sen}(\pi - \alpha)$

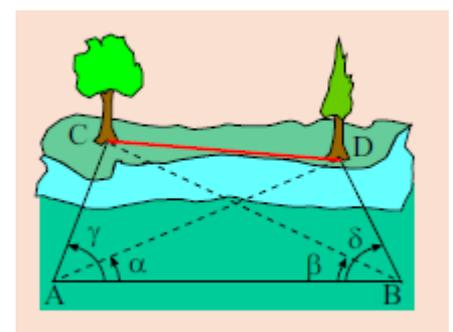
b₂) El valor exacto de $\text{Tan}\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$

c) Usando la calculadora, determina el valor del ángulo " α ", exprésalo en grados y radianes.

6.-a) Comprueba que: $\text{Sen}(2x) + 2 \cdot \text{Sen}(4x) = \text{Sen}(2x) \cdot [1 + 4 \cdot \text{Cos}(2x)]$

b) Teniendo en cuenta la identidad anterior resuelve la ecuación: $\text{Sen}(2x) + 2 \cdot \text{Sen}(4x) = 0$

7.- a) Determina la distancia CD entre dos árboles inaccesibles (de la figura adjunta. Para ello nos separamos una distancia AB de 100 metros, medimos los ángulos $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 25^\circ$, $\gamma = 80^\circ$ y $\delta = 70^\circ$ (una buena idea sería determinar, en la figura que se te suministra, el mayor número de ángulos posibles).



b) El área del triángulo que determinan los puntos ABC



8- De un ángulo " α ", sabemos que: $\begin{cases} \text{Sen } \alpha = \frac{-4}{5} \\ \alpha < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$. Se te pide:

a) Sin hacer uso de la calculadora, localiza el cuadrante al que pertenece el ángulo, los signos de sus razones trigonométrica y determina el valor del resto de sus razones trigonométricas.

b) Haciendo uso de los valores obtenidos en el apartado anterior, determina el valor **exacto** de:

b₁) $\text{Tan}(\pi + \alpha)$

b₂) $\text{Cos}\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$

c) Usando la calculadora, determina el valor del ángulo " α ", exprésalo en grados y radianes.

9.- a) Comprueba la siguiente identidad trigonométrica: $\frac{2 \cdot \text{Tan } x}{1 + \text{Tan}^2 x} = \text{Sen}(2 \cdot x)$

b) Resuelve la ecuación trigonométrica: $2 \cdot \text{Cos } x = 3 \cdot \text{Tan } x$

5.- Las dos boyas que delimitan el campo de regatas, de una competición de yates, Están separadas una distancia de 150 metros. En un momento de la regata uno de los yates se encuentra a 120 metros de la boya más cercana. Si además sabemos que el ángulo con el que se ven ambas boyas desde el yate es de 38° . Se te pide:

a) Dibuja un esquema que refleje el problema planteado y determina La distancia del yate a la 2ª boya.

b) El área que determinan la posición del yate y las boyas.

1.- En el triángulo de la figura determina:

a) el perímetro.

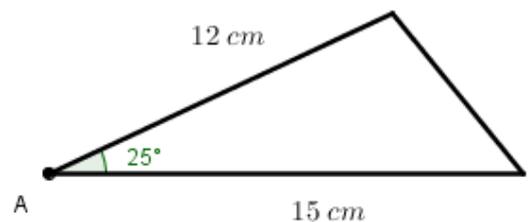
$$P = 33,54 \text{ cm}$$

b) El resto de ángulos

$$\begin{cases} \alpha = 50,88^\circ \\ \beta = 104,12 \end{cases}$$

c) El área del triángulo.

$$A = 38,04 \text{ cm}^2$$

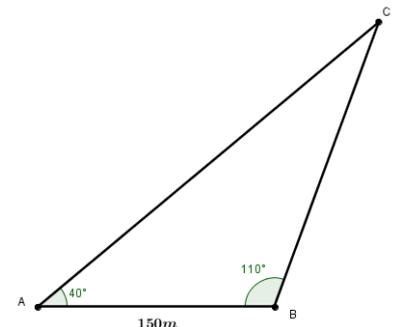


2.- Vamos a comprar una parcela triangular con las medidas de la figura adjunta. Se te pide:

a) Determina los metros de valla necesarios para rodearla en su totalidad.

$$P = 624,75 \text{ m}$$

b) ¿Qué superficie tiene la parcela?. $A = 13590,77 \text{ m}^2$



3.- Resuelve la ecuación: $\text{Sen } x - \frac{1}{2} \cdot \text{Tan } x = 0$

$$x_1 = 0 + 360k \quad x_2 = 180 + 360k \quad x_3 = 60 + 360k \quad x_4 = 300 + 360k$$



4.- Sabiendo que $\tan \alpha = -2$ siendo $\alpha < \pi$ radianes. Se te pide:

a) Determina el resto de las razones trigonométricas de dicho ángulo razonando la localización del ángulo y los signos de las misma

$$\text{Sen } \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{Cos } \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{5}$$

b) Utilizando los valores hallados en el apartado anterior, determinar:

$$\text{b}_1) \text{Sen}(\pi - \alpha) \quad \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{b}_2) \text{Tan}(2\alpha) \quad \frac{4}{3} \quad \text{b}_3) \text{Cos}(45 + \alpha) \quad \frac{-3\sqrt{10}}{10}$$

5.- De un ángulo " α ", sabemos que: $\begin{cases} \text{Cos } \alpha = \frac{-3}{5} \\ \text{Tan } \alpha > 0 \end{cases}$. Se te pide:

a) Sin hacer uso de la calculadora, localiza el cuadrante al que pertenece el ángulo, los signos de sus razones trigonométrica y determina el valor del resto de sus razones trigonométricas.

$$\text{Sol: } \text{Sen } \alpha = \frac{-4}{5} \rightarrow \text{Tan } \alpha = \frac{4}{3}$$

b) Haciendo uso de los valores obtenidos en el apartado anterior, determina el valor de:

$$\text{b}_1) \text{Tan}(\pi - \alpha) \quad \text{Sol: } \frac{-4}{3} \quad \text{b}_2) \text{Sen}\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{Sol: } \frac{-4 - 3\sqrt{3}}{10}$$

c) Usando la calculadora, determina el valor del ángulo " α ", exprésalo en grados y radianes.

$$\text{Sol: } \alpha = 233,13^\circ \cong 1,3\pi \text{ rad.}$$

6.- a) Comprueba la siguiente identidad trigonométrica: $\text{Tan}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \text{Tan}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = 2 \cdot \text{Tan}(2\alpha)$

$$\text{b) Resuelve la ecuación trigonométrica: } \text{Sen}^2 x - \text{Sen}^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{Sol: } \begin{cases} x = 90^\circ + 180k \\ x = 60^\circ + 360k \\ x = 300^\circ + 360k \end{cases}$$

7) Los centros de tres circunferencias de radios 9, 7 y 6 cm tangentes entre sí, dos a dos como muestra la figura adjunta, forman un triángulo, del que debes:

a) Determinar las medidas de los ángulos del triángulo.

$$\text{Sol: } \hat{C} = 69,28^\circ, \quad \hat{A} = 61,26^\circ, \quad \hat{B} = 49,46^\circ$$

b) El área de dicho triángulo.

$$\text{Sol: } A = 91,19 \text{ cm}^2$$

8.- De un ángulo " α ", sabemos que: $\begin{cases} \text{Sen } \alpha = \frac{3}{5} \\ \text{Cos } \alpha < 0 \end{cases}$. Se te pide:

a) Sin hacer uso de la calculadora, localiza el cuadrante al que pertenece el ángulo, los signos de sus razones trigonométricas y determina el valor del resto de sus razones trigonométricas.

$$\text{Sol: } \text{Cos } \alpha = \frac{-4}{5} \rightarrow \text{Tan } \alpha = \frac{-3}{4}$$

b) Haciendo uso de los valores obtenidos en el apartado anterior es decir sin usar la calculadora, determina el valor exacto de:

$$\text{b}_1) \text{Tan}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \quad \text{Sol: } \frac{-4}{3} \quad \text{b}_2) \text{Cos}\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) \quad \text{Sol: } \frac{3 - 4\sqrt{3}}{10}$$

c) Usando la calculadora, determina el valor del ángulo " α ", exprésalo en grados y radianes.

$$\text{Sol: } \alpha = 0,8\pi \text{ rad.}$$



9.- a) Comprueba la siguiente identidad trigonométrica: $\text{Sen}(\alpha + \beta) \cdot \text{Sen}(\alpha - \beta) = \text{Sen}^2 \alpha - \text{Sen}^2 \beta$

b) Resuelve la ecuación trigonométrica: $4 \cdot \text{Sen } x + 2 \cdot \text{Cos}(2x) = 3$ Sol: $\begin{cases} x_1 = 30 + 360k \\ x_2 = 150 + 360k \end{cases}$

10) Las diagonales de un paralelogramo miden 10 cm. y 12 cm., y el ángulo que forman es de $48^\circ 15'$. Se te pide:

a) Calcular los lados y ángulos del paralelogramo. Sol: $\begin{cases} \hat{A} = \hat{C} = 77,22 + 26,45 = 103,67^\circ \\ \hat{B} = \hat{D} = 180 - 103,67 = 76,33^\circ \end{cases}$

b) Determina el valor de su área. Sol: $A = b \cdot h = AB \cdot h = 10,05 \cdot 4,46 = 44,82 \text{ cm}^2$

1.- De un ángulo se sabe: $\begin{cases} \text{Cos } \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{7} \\ \text{Sen } \alpha < 0 \end{cases}$. Se te pide:

a) Determina, sin usar la calculadora, el valor de todas razones trigonométricas de dicho ángulo, razonando previamente los signos de las mismas. Sol: $\text{Sen } \alpha = -\frac{\sqrt{42}}{7}, \text{Tan } \alpha = +\sqrt{6}$

b) Determina, también sin usar la calculadora, el valor de:

b₁) $\text{Tan}(\pi + \alpha) =$ Sol: $\sqrt{6}$ b₂) $\text{Sen}(\alpha - 30)$ Sol: $\frac{-3\sqrt{14} + \sqrt{7}}{14}$

c) Ahora, con calculadora, determina el valor del ángulo y exprésalo en grados sexagesimales y radianes. Sol: $\alpha = 247,79^\circ = 1,38\pi \text{ rad.}$

2.- a) Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: $3 \cdot \text{Tan}^2 x + 5 = \frac{7}{\text{Cos } x}$

Sol: $\text{Cos } x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 60 + 360k \\ x_2 = 300 + 360k \end{cases}$

b) Comprueba la siguiente identidad: $\frac{\text{Sen } 2\alpha}{1 + \text{Cos } 2\alpha} = \text{Tan } \alpha$

3.- De una finca triangular conocemos: $\hat{A} = 45^\circ$; $a = 80 \text{ m}$ y $b = 100 \text{ m}$ y que uno de sus ángulos es obtuso. Se te pide:

a) Resuelve dicho triángulo. Determinando la medida de los otros dos ángulos y el tercer lado. Deberás utilizar los teoremas del seno y coseno (ambos)

Sol: $\begin{cases} \hat{A} = 45 \\ \hat{B} = 117,89 \end{cases} \rightarrow \hat{C} = 180 - (45 + 117,89) = 17,11^\circ$
 $c = \sqrt{1.108,13} = 33,29 \text{ m}$

b) Determina la superficie de la finca.

Sol: $A = 1.176,93 \text{ m}^2$



4.- De un ángulo se sabe: $\begin{cases} \tan \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$. Se te pide:

a) Determina, sin usar la calculadora, el valor de todas razones trigonométricas de dicho ángulo, razonando previamente el cuadrante al que pertenece dicho ángulo y los signos de dichas razones.
Sol: $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{7}}{7}$, $\sin \alpha = \frac{+\sqrt{21}}{7}$

b) Determina, también sin usar la calculadora, el valor de:

b₁) $\cos(\alpha + 45)$ Sol: $\frac{-2\sqrt{14} - \sqrt{42}}{14}$ b₂) $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$ Sol: $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$

c) Ahora, con calculadora, determina el valor del ángulo y exprésalo en grados sexagesimales y radianes.
Sol: $\alpha = 139,11^\circ = 0,77\pi r$

5.-

a) Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: $\cos 2x = 1 + 4 \cdot \sin x$

Sol: $\sin x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 + 360k \\ x = 180 + 360k \end{cases} \rightarrow x = 0 + 180k$

b) Comprueba la siguiente identidad: $2 \cdot \tan \alpha \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \sin \alpha = \tan \alpha$.

6.- Dos barcos a los que denominaremos A y B parten de un mismo punto alejándose uno del otro con un ángulo de $\frac{2\pi}{3}$ radianes con velocidades de 6 y 4 Km/h. Cuando hayan transcurrido 4 horas. Utilizando los teoremas del seno y coseno (ambos), se te pide:

a) Determina la distancia a la que se encontrarán ambos barcos.

Sol: $\overline{AB} = 34,87 \text{ Km}$

b) La posición de los barcos, a las 4 horas, y la posición de partida forman un triángulo. Se te pide:

b₁) Determina el valor de los ángulos del triángulo.

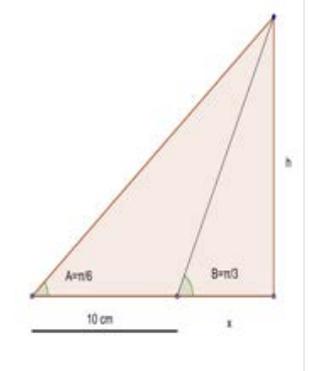
Sol: $\begin{cases} A = 23,41^\circ \\ B = 36,59^\circ \end{cases}$

b₂) La superficie, exacta, de mar que encierra dicho triángulo.

Sol: $A = 166,28 \text{ Km}^2$

7.- Encontrar el valor de x y h a partir de los datos de la figura.

Sol: $x = 5 \text{ cm}$, $h = 5 \cdot \sqrt{3} \text{ cm}$





8.- Resuelve la ecuación: $\text{Sen } x + 2 \cdot \text{Sen } x \cdot \text{Cos } x = 0$

$$\text{Sol: } \begin{cases} x = 0 + 360k \\ x = 180 + 360k \end{cases} \rightarrow x = 180k$$

$$\begin{cases} x = 120 + 360k \\ x = 240 + 360k \end{cases}$$

9.- Sabiendo que $\text{Cos } \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{5}$ siendo $\alpha < \pi$ radianes. Se te pide:

a) Determina el resto de las razones trigonométricas de dicho ángulo razonando la localización del ángulo y los signos de las mismas

$$\text{Sen } \alpha = \frac{+\sqrt{23}}{5}, \quad \text{Tag } \alpha = \frac{-\sqrt{46}}{2}$$

b) Utilizando los valores hallados en el apartado anterior, determinar:

6p

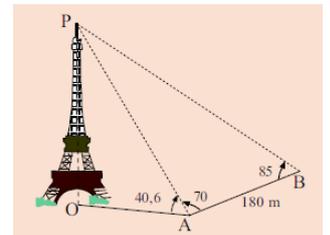
$$b_1) \text{Tg}(\pi - \alpha) \quad \text{Sol: } \frac{+\sqrt{46}}{2}$$

$$b_2) \text{Sen}(2\alpha) \quad \text{Sol: } \frac{-2 \cdot \sqrt{46}}{25}$$

$$b_3) \text{Cos}(30 + \alpha). \quad \text{Sol: } \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{23}}{10}$$

10.- Para calcular la altura de la torre Eiffel sin acceder hasta su base, una persona efectúa las medidas de los ángulos del dibujo en dos puntos A (situado en el mismo plano que la base de la torre) y B separados 180m. ¿Cuánto mide la altura OP de la torre Eiffel?

$$\text{Sol: } OP = 276,12m$$



11.-De un ángulo se sabe: $\begin{cases} \text{Sen } \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5} \\ \text{Tag } \alpha > 0 \end{cases}$. Se te pide:

a) Determina, sin usar la calculadora, el valor de las razones trigonométricas de dicho ángulo, razonando previamente los signos de las mismas.

$$\text{Sol: } \text{Cos } \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}; \quad \text{Tag } \alpha = \frac{1}{2}$$

b) Determina, también sin usar la calculadora, el valor de:

$$b_1) \text{Tag}(180 - \alpha) = \quad \text{Sol: } \frac{-1}{2} \quad b_2) \text{Cos } \frac{\alpha}{2} \quad \text{Sol: } -\frac{\sqrt{10(5 - 2\sqrt{5})}}{10}$$

$$b_3) \text{Sen}(\alpha + 60) \quad \text{Sol: } \frac{-\sqrt{5} - 2\sqrt{15}}{10}$$

c) Ahora, con calculadora, determina el valor del ángulo y exprésalo en grados sexagesimales y radianes

$$\alpha = 206,57 = \frac{206,57}{189} \pi \text{ rad}$$

12.-Demuestra: $\frac{1 + \text{Tag } \alpha \cdot \text{Tag } \beta}{1 - \text{Tag } \alpha \cdot \text{Tag } \beta} = \frac{\text{Cos}(\alpha - \beta)}{\text{Cos}(\alpha + \beta)}$

a) Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: $\text{Sen } 2x \cdot \text{Cos } x = 6 \cdot \text{Sen}^3 x$

$$\text{Sol: } x = \begin{cases} 0 + 360k \\ 180 + 360k \end{cases} \rightarrow x = 180k$$

$$x = \begin{cases} 30 + 360k \\ 150 + 360k \\ 210 + 360k \\ 330 + 360k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 30 + 180k \\ 150 + 180k \end{cases}$$



13.- Hemos trazado un ángulo de 60° y dentro de él dibujamos dos circunferencias, de 15 y 20 cm de radio respectivamente, tangentes a los lados del ángulo (los centros estarán situados en la bisectriz del ángulo).

- a) Determina la distancia exacta entre los centros de ambas circunferencias. Sol: **10 cm**
 b) Superficie limitada por las líneas que delimitan el ángulo y el arco de la circunferencia pequeña.

$$\text{Sol: } A_{\text{pedida}} = 2 \left(\frac{225\sqrt{3}}{2} - \frac{225\pi}{6} \right) \text{cm}^2$$

14.- De un ángulo se sabe: $\begin{cases} \text{Cos } \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \text{Tag } \alpha < 0 \end{cases}$. Se te pide:

- a) Determina, sin usar la calculadora, el valor de las razones trigonométricas de dicho ángulo, razonando previamente los signos de las mismas. Sol: $\text{Sen } \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{3}$; $\text{Tag } \alpha = -\sqrt{2}$

- b) Determina, también sin usar la calculadora, el valor de:

b₁) $\text{Tag}(90 - \alpha) =$ Sol: $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ b₂) $\text{Sen } \frac{\alpha}{2}$ Sol: $-\frac{\sqrt{6(3-\sqrt{3})}}{6}$

b₃) $\text{Cos}(\alpha + 45)$ Sol: $\frac{\sqrt{6} + 2\sqrt{3}}{6}$

- c) Ahora, con calculadora, determina el valor del ángulo y exprésalo en grados sexagesimales y radianes Sol: $\alpha = 305,2 = \frac{305,2}{180} \pi \text{ rad}$

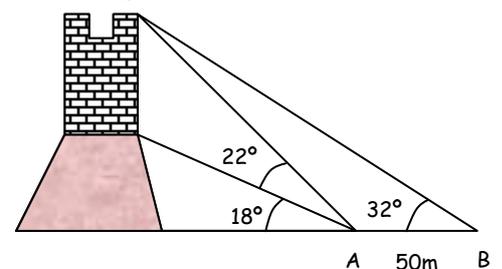
15.- a) Demuestra la siguiente identidad: $\frac{\text{Tag } \alpha + \text{Tag } \beta}{\text{Tag } \alpha - \text{Tag } \beta} = \frac{\text{Sen}(\alpha + \beta)}{\text{Sen}(\alpha - \beta)}$.

- b) Resuelve la ecuación trigonométrica: $\text{Sen}^4 x = 1 - \text{Cos } 2x$. Sol: $x = \begin{cases} x = 0 + 360k \\ x = 180 + 360k \end{cases} \rightarrow x = 180k$

16.- Una torre de vigilancia está situada sobre una loma según la figura adjunta. Determina la altura de la torre y de la loma.

47,39m mide la loma

74,98m medirá la torre



17.- Trigonometría:

7a) De un ángulo se sabe: $\begin{cases} \text{Tag } \alpha = 2 \\ \text{Cos } \alpha < 0 \end{cases}$. Se te pide:

- a) Determina, sin usar la calculadora, el valor de las razones trigonométricas de dicho ángulo, razonando previamente los signos de las mismas.

$$\text{Sol: } \text{Sen } \alpha = \frac{-2\sqrt{5}}{5}; \text{Cos } \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{5}$$

- b) Determina, también sin usar la calculadora, el valor de:

b₁) $\text{Sen}(180 + \alpha) =$ Sol: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ b₂) $\text{Tag } 2\alpha$ Sol: $\frac{-4}{3}$

b₃) $\text{Sen}(\alpha - 30)$ Sol: $\frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{15}}{10}$



c) Ahora, con calculadora, determina el valor del ángulo y exprésalo en grados sexagesimales y radianes

$$\text{Sol: } \alpha = 243,43^\circ = \frac{243,43 \cdot \pi}{180} \text{radian}$$

7b) Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: $\text{Cos } 2x = 2 \cdot \text{Sen}^2 x - 1$

$$\text{Sol: } \begin{cases} \text{Sen } x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 45 + 360k \\ x = 135 + 360k \end{cases} \\ \text{Sen } x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 225 + 360k \\ x = 315 + 360k \end{cases} \end{cases} \rightarrow x = 45 + 90k$$

7c) Los lados de un terreno de forma triangular miden 100, 80 y 70 metros respectivamente. Determina:

a) La medida de sus ángulos. Utiliza los teoremas del seno y coseno (ambos)

$$\text{Sol: } \hat{C} = 83,33, \quad \hat{A} = 52,62^\circ, \quad \hat{B} = 44,05^\circ,$$

b) La superficie del terreno.

$$A = 2781,18m^2$$

18.-Trigonometría:

8a) De un ángulo se sabe: $\begin{cases} \text{Tag } \alpha = -3 \\ \text{Cos } \alpha > 0 \end{cases}$. Se te pide:

a) Determina, sin usar la calculadora, el valor de las razones trigonométricas de dicho ángulo, razonando previamente los signos de las mismas.

$$\text{Sen } \alpha = \frac{-3\sqrt{10}}{10}, \quad \text{Cos } \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

b) Determina, también sin usar la calculadora, el valor de:

$$b_1) \text{Cos}(180 - \alpha) = \text{Sol: } \frac{-\sqrt{10}}{10} \quad b_2) \text{Tag } 2\alpha \quad \text{Sol: } \frac{1}{2}$$

$$b_3) \text{Sen}(\alpha + 45) \quad \text{Sol: } \frac{-\sqrt{5}}{5}$$

c) Ahora, con calculadora, determina el valor del ángulo y exprésalo en grados sexagesimales y radianes

$$\text{Sol: } \alpha = 288,43^\circ = \frac{288,43 \cdot \pi}{180} \text{radian}$$

8b) Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: $4\text{Sen}x = 3 - 2 \cdot \text{Cos } 2x$

$$\text{Sol: } x = \begin{cases} 30 + 360k \\ x = 150 + 360K \end{cases}$$

8c) Dos lados de un terreno de forma triangular miden 100 y 80 metros respectivamente. Si el ángulo que determinan mide 44° . Se te pide:

a) La medida del tercer lado y los dos ángulos que quedan. Utiliza los teoremas del seno y coseno (ambos).

$$\text{Sol: } b = 69,93m; \quad \hat{A} = 52,63^\circ, \quad \hat{B} = \begin{cases} 83,39 SI \\ 96,61 NO \end{cases}$$

b) La superficie del terreno.

$$\text{Sol: } A = 2778,78m^2$$

19.- Resuelve la ecuación trigonométrica: $\text{Sen } x = 3 \cdot \text{Tag } x$

$$\text{Sol: } x = \begin{cases} 0 + 360k \\ 180 + 360k \end{cases} \rightarrow x = 0 + 180k$$



20.- Sabiendo que $\text{Sen } \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ siendo α un ángulo que pertenece al intervalo $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ radianes. Se te pide:

a) Determina el resto de las razones trigonométricas de dicho ángulo razonando la localización del ángulo y los signos de las mismas Sol: $\text{Cos } \alpha = \frac{-1}{2}$; $\text{Tg } \alpha = \sqrt{3}$

b) Utilizando los valores hallados en el apartado anterior, determinar:

b₁) $\text{Tg}(\pi + \alpha)$ Sol: $\sqrt{3}$ b₂) $\text{Cos}(2\alpha)$ Sol: $\frac{-1}{2}$

b₃) $\text{Sen}(60 + \alpha)$. Sol: $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

21.- Los lados de un paralelogramo miden 18 y 32 cm y forman un ángulo de 52° Se te pide:

a) Determina el valor de la diagonal mayor. Sol: $\text{Diag} = 45,36\text{cm}$

b) b) Calcula el área de dicho paralelogramo. Sol: $A = 453,89\text{cm}^2$

22.- En una parcela triangular los lados miden 8, 10 y 15 metros.

a) Determinar los ángulos de dicho triángulo. Sol: $\hat{C} = 112,41^\circ$, $\hat{A} = 38,05^\circ$, $\hat{B} = 29,54^\circ$

b) Superficie de la parcela Sol: $\text{Área} = \frac{15 \cdot 5,93}{2} = 36,98\text{m}^2$

23.- De un ángulo α , se sabe que: $\begin{cases} \text{Tg } \alpha = \frac{3}{4} \\ \alpha > \pi \text{ rad.} \end{cases}$. Se te pide:

a) Razona el signo y determina el valor, sin hacer uso de la calculadora, del resto de las razones trigonométricas, directas e inversas, correspondientes a dicho ángulo α .

Sol: $\text{Cos } \alpha = -\frac{4}{5}$, $\text{Sen } \alpha = \frac{-3}{5}$

b) Haciendo uso de la calculadora determina el valor del ángulo, expresado en grados y en radianes. Sol: $\alpha \in 3^\circ \rightarrow \alpha = 216,87^\circ = 1,2\pi\text{Rad}$

c) Utilizando las fórmulas trigonométricas y/o las relaciones entre las razones trigonométricas de ángulos distintos, determina el valor de:

c₁) $\text{Cos}(\pi - \alpha) =$ Sol: $\frac{4}{5}$ c₂) $\text{Tg } \frac{\alpha}{2} =$ Sol: -3

c₃) $\text{Sen}(60 + \alpha) =$ Sol: $\frac{-4\sqrt{3} - 3}{10}$

24.- a) Comprueba que la identidad: $\frac{\text{Sen } \alpha \cdot \text{Cos } \alpha}{\text{Cos}^2 \alpha - \text{Sen}^2 \alpha} = \frac{\text{Tg } \alpha}{1 - \text{Tg}^2 \alpha}$.

b) Resuelve la ecuación: $\frac{\text{Tg } x}{1 - \text{Tg}^2 x} = \text{Sen } x$

Sol: $\begin{cases} \text{Sen } x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 + 360k \\ x = 180 + 360k \end{cases} \rightarrow x = 0 + 180k_1 \\ \text{Cos } x = 1 \rightarrow x = 0 + 360k \\ \text{Cos } x = \frac{-1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 120 + 360k \rightarrow x = 0 + 120k_2 \\ x = 240 + 360k \end{cases} \end{cases} \begin{cases} \text{Cos } x = 1 \rightarrow x = 0 + 360k \\ \text{Cos } x = \frac{-1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 120 + 360k \rightarrow x = 0 + 120k_2 \\ x = 240 + 360k \end{cases} \end{cases}$



25.- Resuelve la ecuación trigonométrica: $\text{Sen } 2x = 2\text{Cos}^2 x$

$$\text{Sol: } \begin{cases} \text{Cos } x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 90 + 360k \\ x = 270 + 360k \end{cases} \rightarrow x = 90 + 180k \\ \text{Tg } x = 1 \rightarrow \begin{cases} x = 45 + 360k \\ x = 225 + 360k \end{cases} \rightarrow x = 45 + 180k \end{cases}$$

26.- Las diagonales de un paralelogramo miden 10 y 14 cm. respectivamente y forman un ángulo de 60° . Determina el valor de: los lados, ángulos y área de dicho paralelogramo

$$\begin{aligned} x &= 6,24\text{cm} \\ \text{Sol: } \begin{cases} \hat{A} = \hat{C} = 43,9 + 24,5 = 68,4^\circ \\ \hat{B} = \hat{D} = 76,1 + 35,5 = 111,6 \end{cases} \\ \text{Área} &= 60,58\text{cm}^2 \end{aligned}$$

27.- De un ángulo α sabemos que: $\text{Cos } \alpha = \frac{-2}{3}$ y que $\text{Tg } \alpha > 0$. Se te pide:

a) Determina, razonadamente, el cuadrante al que pertenece dicho ángulo y sin usar la calculadora el valor del resto de las razones trigonométricas.

$$\text{Sol: } \text{Sen } \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}, \text{Tg } \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

b) ¿De qué ángulo se trata?. Expresa dicho valor en grados y radianes

$$\text{Sol: } \alpha = 228,19^\circ = 1,27\pi\text{rad}$$

c) Con los datos obtenidos en el primer apartado de este ejercicio, determina el valor de:

$$\begin{aligned} \text{c}_1) \text{Cos } \frac{\alpha}{2} & \quad \text{Sol: } \frac{-\sqrt{6}}{6} & \quad \text{c}_2) \text{Sen}\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) & \quad \text{Sol: } \frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

28.- Los lados de un triángulo miden 10, 12 y 16 cm respectivamente. Determina los ángulos y el área de dicho triángulo.

$$\text{Sol: } \hat{C} = 92,87^\circ, A = 48,51^\circ, A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{16 \cdot 7,5}{2} = 6\text{cm}^2, B = 38,62^\circ$$

29.- Sabiendo que $\text{Tg } \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ siendo α un ángulo comprendido entre 0 y π radianes. Se te pide:

a) Determina el resto de las razones trigonométricas de dicho ángulo razonando la localización del ángulo y los signos de las mismas.

$$\text{Sen } \alpha = -\frac{1}{2}, \text{Cos } \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

b) Utilizando los valores hallados en el apartado anterior, determinar:

$$\begin{aligned} \text{b}_1) \text{Tg}(\pi - \alpha) & \quad \text{Sol: } \frac{\sqrt{3}}{3} & \quad \text{b}_2) \text{Sen}(2\alpha) & \quad \text{Sol: } \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \text{b}_3) \text{Cos}(30 + \alpha) & \quad \text{Sol: } -1 \end{aligned}$$

30.- Dos lados de un triángulo miden 17cm. y 8cm. y el ángulo que forman es de 39° . Se te pide:

$$x = 11,9$$

a) Determina el valor de los otros ángulos de dicho triángulo y el tercer lado.

$$\text{Sol: } \hat{B} = 126,2^\circ$$

$$\hat{C} = 25,03$$

b) Calcula el área de dicho triángulo.

$$\text{Sol: } A = 42,8\text{cm}^2$$



31.- En una circunferencia de 15 cm. De radio se traza una cuerda que resulta medir 20cm. Después trazamos el diámetro paralelo a la cuerda anterior. Consideremos el trapecio que se obtiene al unir los puntos de intersección de la cuerda y del diámetro con la circunferencia. Utilizando al menos una vez los teoremas del seno y coseno, se te pide:

a) Determinar la longitud de los lados y ángulos de dicho trapecio.

$$\text{Sol: } \begin{cases} \hat{C} = \hat{D} = 65,91^\circ \\ \hat{A} = \hat{B} = \frac{360 - 2 \cdot 65,91}{2} = 114,09^\circ \\ \overline{AB} = 20\text{cm}, \quad \overline{BC} = \overline{AD} = 5\sqrt{6}, \quad \overline{CD} = 30\text{cm} \end{cases}$$

b) Área de dicho trapecio.

$$\text{Sol: } A = 279,5\text{cm}^2$$

32.- De un ángulo α , se sabe que: $\begin{cases} \tan \alpha = 3\sqrt{2} \\ \cos \alpha < 0 \end{cases}$. Se te pide:

a) Determina el valor, sin hacer uso de la calculadora, del resto de las razones trigonométricas,

directas e inversas, correspondientes a dicho ángulo α .

$$\text{Sol: } \begin{aligned} \text{Sen } \alpha &= \frac{-3\sqrt{38}}{19} \\ \text{Cos } \alpha &= \frac{-\sqrt{19}}{19} \end{aligned}$$

b) Haciendo uso de la calculadora determina el valor del ángulo, expresado en grados y en radianes.

$$\text{Sol: } \alpha = 256,74^\circ = \frac{256,74 \cdot \pi}{180} \text{rad.}$$

c) Utilizando las fórmulas trigonométricas y/o las relaciones entre las razones trigonométricas de ángulos distintos, determina el valor de:

$$\begin{aligned} c_1) \text{ Sen}(\pi + \alpha) &= & \text{Sol: } \frac{3\sqrt{38}}{19} & & c_2) \text{ Tan}(2\alpha) &= & \text{Sol: } \frac{-6\sqrt{2}}{17} \\ c_3) \text{ Cos}(30 + \alpha) &= & \text{Sol: } \frac{3\sqrt{38} - \sqrt{57}}{38} & & & & \end{aligned}$$

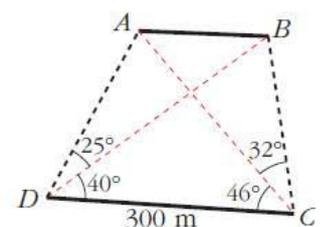
33- a) Comprueba que la igualdad: $\frac{\tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha - \cot \alpha} = -\sec(2\alpha)$ es una identidad.

b) Teniendo en cuenta la identidad anterior resuelve la ecuación: $\frac{\tan x + \cot x}{\tan x - \cot x} = \frac{1}{2\text{Sen } x \text{Cos } x}$

$$\text{Sol: } x = 67,5 + 90k$$

34.- En el cuadrilátero de la figura y con los datos que se te suministran determina: Medida de AC y AD (Deberás utilizar los Teoremas del Seno y del coseno, ambos) y área del triángulo BDC.

$$\begin{aligned} \overline{AD} &= 231,16\text{m} \\ \text{Sol: } \overline{AC} &= 291,24\text{m} \\ \text{Área} &= 32044,20\text{m}^2 \end{aligned}$$





35.- Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: $\tan^3 x + \tan^2 x - 9 \cdot \tan x - 9 = 0$

$$\text{Sol: } \begin{cases} t = -1 \rightarrow \tan x = -1 \rightarrow x = 135 + 180k \\ t = -3 \rightarrow \tan x = -3 \rightarrow x = -71,57 + 180 + 180k = 108,43 + 180k \\ t = 3 \rightarrow \tan x = 3 \rightarrow x = 71,57 + 180k \end{cases}$$

36.- Se sabe que el $|\text{Sen } \alpha| = \frac{\sqrt{3}}{2}$ y que $\alpha \in III$ cuadrante. Se te pide:

a) Razona el signo que tendrán las razones trigonométricas de dicho ángulo.

b) Determina el valor del resto de las razones trigonométricas

$$\text{Sol: } \begin{cases} \text{Sen } \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \text{Tan } \alpha = \sqrt{3} \end{cases}$$

c) Sin hacer uso de la calculadora:

c₁) Determina el valor de: $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$

$$\text{Sol: } \frac{-\sqrt{3}}{3}$$

c₂) Determina el valor de: $\cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$

$$\text{Sol: } \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$$

c₃) Determina el valor del ángulo α , expresando el resultado en grados sexagesimales y radianes.

$$\text{Sol: } \alpha = 240^\circ = \frac{4}{3}\pi \text{ radianes}$$

37. Determina el ángulo que forman las diagonales de un rectángulo cuyas dimensiones son 3 y 4 cm respectivamente.

$$\text{Sol: } \alpha = 106,26^\circ, \beta = 173,74^\circ$$

38.- Sabiendo que $\text{Tg } \alpha = -\sqrt{3}$, y $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Se te pide:

a) Determina el resto de las razones trigonométricas de dicho ángulo razonando la localización del ángulo y los signos de las mismas.

$$\text{Sen } \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}, \text{Cos } \alpha = \frac{1}{2}$$

b) Utilizando los valores hallados en el apartado anterior, determinar:

b₁) $\text{Cos}(\pi - \alpha)$

$$\text{Sol: } -1/2$$

b₂) $\text{Tag}(2\alpha)$

$$\text{Sol: } \sqrt{3}$$

b₃) $\text{Sen}(60 - \alpha)$.

$$\text{Sol: } \frac{\sqrt{3}}{2}$$

39.- Si el $\text{Sen } \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ y el $\text{Cos } \beta = \frac{2}{\sqrt{3} + 5}$. Se te pide:

a) Determina el valor exacto de $\text{Sen}^3 \alpha$ y $\text{Cos}^2 \beta$, racionalizando el resultado final.

$$\text{Sol: } \text{Sen}^3 \alpha = \frac{\sqrt{3}}{72}, \text{Cos}^2 \beta = \frac{2(14 - 5\sqrt{3})}{121}$$

b) Si $\alpha \in \text{Cuadrante } 2^\circ$ y $\beta \in \text{Cuadrante } 4^\circ$. Determina, usando la calculadora y las relaciones de ángulos, el valor de dichos ángulos.

$$\text{Sol: } \alpha = 153,2; \beta = -63,54^\circ = 360 - 63,54 = 296,46$$

40.- Los lados de un triángulo miden 7, 8 y 9 cm respectivamente. Se te pide:

a) Determina el valor de los ángulos de dicho triángulo.

$$\text{Sol: } \hat{B} = 73,4^\circ, \hat{A} = 58,41^\circ, \hat{C} = 48,19^\circ$$

b) Calcula el área de dicho triángulo.

$$A = 26,83 \text{ cm}^2$$



41.- Pretendemos determinar el perímetro y el área de una finca triangular. Hemos medido uno de sus lados, que ha resultado tener una longitud de 100 m, y los ángulos contiguos al mismo dando un resultado de 40° y 80° respectivamente. ¿Cuál será el perímetro y la superficie de dicha finca?

42.- Los lados de un triángulo miden 6, 8 y 12 cm respectivamente. Resolver dicho triángulo (calcular el valor de sus ángulos) y determinar el área del mismo.

43.- De un ángulo " α " se sabe que $Tg \alpha = -\frac{4}{3}$ y que $Sen \alpha < 0$. Se te pide:

a) Sin hacer uso de la calculadora determina el valor de TODAS las razones trigonométricas directas e inversas correspondientes a dicho ángulo.

b) Haciendo uso de la calculadora determina el valor del ángulo " α ".

c) Utilizando las relaciones entre las razones trigonométricas determina el valor correspondiente a:

$$c_1) \cos 2\alpha = \quad c_2) Tg(\pi - \alpha) = \quad c_3) Sen(30 - \alpha) =$$

44.-

a) Comprueba la siguiente identidad: $\frac{2Sen \alpha \cdot Cos^3 \alpha + 2Sen^3 \alpha \cdot Cos \alpha}{Cos^4 \alpha - Sen^4 \alpha} = Tg 2\alpha$

b) Teniendo en cuenta la identidad anterior, resolver la ecuación trigonométrica:

$$\frac{2Sen x \cdot Cos^3 x + 2Sen^3 x \cdot Cos x}{Cos^4 x - Sen^4 x} = -Tg x$$

45- Dos de los lados de un triángulo miden 8 y 10 cm respectivamente. Si el ángulo opuesto al mayor de esos dos lados mide 80° . Calcula el perímetro y área de dicho triángulo

46 De un ángulo α , se sabe que $Sec \alpha = -2$ y que $Tag \alpha < 0$. Se te pide, sin hacer uso de la calculadora:

6a) El resto de las razones trigonométricas correspondientes a dicho ángulo α .

6b) Determina el valor del ángulo α y exprésalo en grados sexagesimales y radianes.

6c) Haciendo uso de los valores obtenidos en el apartado a, determina el valor de:

$$Tag(-\alpha) = \quad Cos(2\alpha) = \quad Sen(30 + \alpha) = \quad Co sec \frac{\alpha}{2} =$$

47.- a) Comprueba la siguiente identidad: $\frac{Cos \alpha + Sen \alpha}{Cos \alpha - Sen \alpha} \cdot Cos 2\alpha = 1 + Sen 2\alpha$

b) Teniendo en cuenta la identidad anterior resuelve la ecuación: $\frac{Cos x + Sen x}{Cos x - Sen x} \cdot Cos 2x = 1 + Sen x$

48- En una finca triangular dos de sus lados miden 70 y 55 metros respectivamente, si el ángulo comprendido a dichos lados mide 120° determina los ángulos y el lado del triángulo y calcula el perímetro y la superficie de dicha finca.

49 Resuelve la ecuación trigonométrica: $Cos^2 \alpha - Sen(180 - 2\alpha) = 0$

50 Los tres lados de un triángulo miden 7, 8 y 10 cm respectivamente. Se te pide:

e) Determina sus ángulos utilizando los teoremas del Seno y Coseno (ambos).

f) Calcula el área de dicho triángulo.



51- El $\text{Sen } \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ y se sabe que $\alpha \in 4^{\circ}$ cuadrante.

- Utilizando las relaciones entre las razones trigonométricas de un ángulo, calcula el resto de las razones trigonométricas correspondientes a dicho ángulo.
- Utilizando las relaciones entre ángulos distintos, las fórmulas trigonométricas y los valores hallados en el apartado anterior determina el valor de:

$$\text{Cos}(2\alpha + 30), \quad \text{Sen} \frac{\alpha}{2}, \quad \text{Tg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right).$$