1.- Dada la función: $y = \left(Sen^2 x \cdot e^{3x}\right)^{\frac{ln(5x)}{4x-5}}$. Determina su función derivada aplicando la derivación logarítmica.

2. Dada la función $y = \dfrac{4x^2}{(x+2)^2}$ cuya derivada primera es $y' = \dfrac{16x}{(x+2)^3}$ y su segunda derivada es $y'' = \dfrac{-32x+32}{(x+1)^4}$. Determina:

a) Dominio y corte con ejes.
b) Las ecuaciones de las asíntotas y sus posiciones respecto a la gráfica.
c) Monotonía (crecimientos) y localiza los máximos/mínimos si los hubiera.
d) Curvatura y puntos de inflexión si los hay.
e) Con los datos obtenidos, realiza la gráfica correspondiente a la función.

3.- Calcula La función derivada correspondiente a la función: $y = [Cos\,(3x-2)]^{\frac{e^{2x}}{1+x^2}}$. Aplica la derivación logarítmica.

4.- Dada la función $y = \dfrac{(x-2)^2}{(x+2)^2} = \dfrac{x^2-4x+4}{x^2+4x+4}$, cuya primera derivada es: $y' = \dfrac{8x-16}{(x+2)^3}$, y su segunda derivada es: $y'' = \dfrac{-16x+64}{(x+2)^4}$ Se te pide: . Dominio y cortes con ejes, sus asíntotas (y posición), Monotonías, crecimientos-extremos y curvatura-puntos de inflexión. Realiza un esbozo de la gráfica.

5.-

a) Concepto e interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto.
b) Dada la función: $y = x^2 - 3x$
   b_1) Determina su función derivada aplicando la definición.
   b_2) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica en el punto de abscisa $x = 3$.

6.- Aplicando las reglas de derivación determina la función derivada correspondiente a las funciones:

a) $y = ArcTan\,\dfrac{x^2}{3x-4}$ (Opera el resultado).

b) $y = \left(\dfrac{x^3}{Cos\,5x}\right)^{e^{2x}}$ (deberás simplificarla al máximo)

7.- Dada la función: $y = \dfrac{(x+2)^3}{(x-2)^2} = \dfrac{x^3+6x^2+12x+8}{x^2-4x+4}$ cuyas derivada 1ª y 2ª son, respectivamente: $y' =$

a) Determina su dominio y cortes con ejes.
b) Sus asíntotas así como la posición de las mismas respecto a la grafica.
c) Estudia la monotonía y máximo y mínimos relativos.
d) Estudia su curvatura localizando los puntos de inflexión si los tuviera.
e) Realiza, en el plano cartesiano adjunto, un esbozo de la gráfica propuesta.

1.- Dada las función: $y = \left(\dfrac{Cos^3\ 2x}{x - 5x^3}\right)^{e^{4x}}$. Determina su función derivada aplicando la derivación logarítmica.

2. Dada la función $y = \dfrac{9 - 3x^2}{(x+1)^2}$ cuya derivada primera es $y' = \dfrac{-6\cdot(x+3)}{(x+1)^3}$ y su segunda derivada es $y'' = \dfrac{12\cdot(x+4)}{(x+1)^4}$. Determina:

a) Dominio y corte con ejes.
b) Las ecuaciones de las asíntotas y sus posiciones respecto a la gráfica.
c) Monotonía (crecimientos) y localiza los máximos/mínimos si los hubiera.
d) Curvatura y puntos de inflexión si los hay.
e) Con los datos obtenidos, realiza la gráfica correspondiente a la función

3.- Calcula:

a) La función derivada correspondiente a la función: $y = \left(\dfrac{Sen^2 3x}{e^{5x^2-7}}\right)^{\frac{1-x}{1+x}}$. Aplica la derivación logarítmica.

4.-

a) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $y = \dfrac{1}{x}$ en el punto de abscisa $x = -1$.

b) Determina el valor de: $\lim\limits_{x\to -2}\left(\dfrac{3+x}{5+2x}\right)^{\frac{1}{x+2}}$

5.- Aplicando las reglas de derivación determina la función derivada correspondiente a las funciones, Da el resultado operado y simplificado:

a) $y = \left(\dfrac{e^{x^2-5x}}{x^3 - 2x^2}\right)^{Cos^2 3x}$ (Ayuda: utiliza la derivación logarítmica).

b) $y = \dfrac{x^2}{(x-1)^3}$ (deberás simplificarla al máximo)

6.- Dada la función: $y = \dfrac{(x-1)^3}{x^2}$ cuyas derivada 1ª y 2ª son, respectivamente: $y' = \dfrac{(x-1)^2(x+2)}{x^3}$, $y'' = \dfrac{6x-6}{x^4}$. Se te pide:

a) Determina su dominio y cortes con ejes
b) Sus asíntotas así como la posición de las mismas respecto a la grafica.

c) Estudia la monotonía y máximo y mínimos relativos.
d) Estudia su curvatura localizando los puntos de inflexión si los tuviera.
e) Realiza, en el plano cartesiano adjunto, un esbozo de la gráfica propuesta.

1.- Aplicando las reglas de derivación determina la función derivada correspondiente a las funciones, Da el resultado operado y simplificado:

a) $y=\left(\dfrac{e^{Sen\,3x}}{2x^4}\right)^{x^2-3x}$ (Ayuda: utiliza la derivación logarítmica).

b) $y=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$ (deberás simplificarla al máximo)

2.- Dada la función: $y=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$ cuyas derivada 1ª y 2ª son, respectivamente: $y'=\dfrac{x^3-3x^2}{(x-1)^3}$, $y''=\dfrac{6x}{(x-1)^4}$. Se te pide:

a) Determina su dominio y cortes con ejes.
b) Sus asíntotas así como la posición de las mismas respecto a la grafica.
c) Estudia la monotonía y máximo y mínimos relativos.
d) Estudia su curvatura localizando los puntos de inflexión si los tuviera.
e) Realiza, en el plano cartesiano adjunto, un esbozo de la gráfica propuesta.

3.- Dada las función: $y=\left(\dfrac{e^{2x}}{Sen\,3x}\right)^{x^2-5x}$. Determina su función derivada. 10p

4. Dada la función $y=\dfrac{2x^2}{(x-1)^2}$ cuya derivada primera es $y'=\dfrac{-4x}{(x-1)^3}$ y su segunda derivada es $y''=\dfrac{8x+4}{(x-1)^4}$. Determina:

a) Dominio y corte con ejes.
b) Las ecuaciones de las asíntotas y sus posiciones respecto a la gráfica.
c) Monotonía (crecimientos) y localiza los máximos/mínimos si los hubiera.
d) Curvatura y puntos de inflexión si los hay.
e) Con los datos obtenidos, realiza la gráfica correspondiente a la función.

5.- Dada la función $y=\dfrac{x^2}{x^2-9}$, cuya primera derivada es: $y'=\dfrac{-18x}{(x^2-9)^2}$, y su segunda derivada es: $y'=\dfrac{54x^2+162}{(x^2-9)^3}$ Se te pide: . Dominio y cortes con ejes, sus asíntotas (y posición), Monotonías, crecimientos-extremos y curvatura-puntos de inflexión. Realiza un esbozo de la gráfica.

6.- Calcula: La función derivada correspondiente a la función: $y=\left(\dfrac{x^2-3x}{\cos 2x}\right)^{e^{2x}}$. Aplica la derivación logarítmica.*p*

7.- Concepto e interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto.

1.- Determina la función derivada correspondiente a la función: $y=\left[Cos(5x)\right]^{e^{x^3}}$

2.- En la función $y=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$ cuya 1ª y 2ª derivadas son respectivamente: $y'=\dfrac{x^2(x-3)}{(x-1)^3}$. $y''=\dfrac{6x}{(x-1)^4}$ Se te pide: determina sus asíntotas (posición)(1p), Monotonías , máximos y mínimos(0'75p), Curvatura, puntos de inflexión (0'75p)y un esbozo de la grçafica.(0'25p)

3.- Calcula: la función derivada correspondiente a la función: $y=\left(\dfrac{Sen\,5x}{x^4}\right)^{3^{Arc\tan 2x}}$. Aplica la derivación logarítmica.

4.- Dada la función $y=\dfrac{6x^2}{x^2+9}$, cuya primera derivada es: $y'=\dfrac{108x}{(x^2+9)^2}$, y su segunda derivada es: $y'=\dfrac{-324x^2+972}{(x^2+9)^3}$ Se te pide: . Dominio y cortes con ejes, sus asíntotas (y posición), Monotonías, crecimientos-extremos y curvatura-puntos de inflexión. Realiza un esbozo de la gráfica.

5.-

a) Concepto e interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto.

b) Dada la función: $f(x)=(3-x)^2$.

b1) Determina aplicando la definición (Regla de los 4 pasos) su función derivada, es decir $f'(x)$.

b2) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función anterior en el punto de abscisa $x=2$.

6.- Aplicando las reglas de derivación determina la función derivada correspondiente a las funciones, Da el resultado operado y simplificado:

a) $y=\left(\dfrac{e^{5x-1}}{Cos^2(3x)}\right)^{1-6x^2}$ (Ayuda: utiliza la derivación logarítmica).

b) $y=Arctag\,\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$ (deberás simplificarla al máximo)

7.- Dada la función: $y=\dfrac{9x^2}{(x-5)^2}$ cuyas derivada 1ª y 2ª son, respectivamente: $y'=\dfrac{-90x}{(x-5)^3}$, $y''=\dfrac{90\cdot(x+5)}{(x-5)^4}$. Se te pide:

a) Determina su dominio y cortes con ejes

.b) Sus asíntotas así como la posición de las mismas respecto a la grafica.

c) Estudia la monotonía y máximo y mínimos relativos.

d) Estudia su curvatura localizando los puntos de inflexión si los tuviera.

e) Realiza, en el plano cartesiano adjunto, un esbozo de la gráfica propuesta.

1.- Dada la función $y = \frac{2x}{x^2 - 4}$. Se te pide:

a) Sus asíntotas (posiciona la gráfica y las asíntotas).

b) Estudia su monotonía (crecimientos y en su caso los máximos y mínimos relativos).

c) Si $y'' = \frac{4x^3 + 48x}{(x^2 - 4)^3}$ Estudia su curvatura y en su caso sus puntos de inflexión.

Deberemos estudiar el signo de la 2ª derivada:

2.- Determina y simplifica la función derivada de: $y = \left[\sqrt{\frac{3}{x}}\right]^{Sen\frac{x}{2}}$

3.- Dada la función $y = \frac{2x^2}{(x+1)^2}$, cuya primera derivada es: $y' = \frac{4x}{(x+1)^3}$, Se te pide: . Dominio y cortes con ejes, sus asíntotas (y posición), Monotonías, crecimientos-extremos y curvatura-puntos de inflexión. Realiza un esbozo de la gráfica.

4.-

a) Concepto e interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto.

b) Dada la función: $f(x) = (2x - 3)^2$.

b1) Determina aplicando la definición (Regla de los 4 pasos) su función derivada, es decir $f'(x)$.

b$_2$) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función anterior en el punto de abscisa $x = 2$.

5.- Aplicando las reglas de derivación determina la función derivada correspondiente a las funciones, Da el resultado operado y simplificado:

a) $y = \left(\frac{Sen\, x^2}{e^{5x}}\right)^{5x^2+4x}$

b) $y = Arctag\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = Arctag\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{1}{2}}$

6.- Dada la función: $y = \frac{x^2 - 3x + 9}{x - 3}$ cuyas derivada 1ª y 2ª son, respectivamente: $y' = \frac{x^2 - 6x}{(x-3)^2}$, $y'' = \frac{18}{(x-3)^3}$. Se te pide:

a) Determina su dominio y cortes con ejes.

b) Sus asíntotas así como la posición de las mismas respecto a la grafica.

c) Estudia la monotonía y máximo y mínimos relativos.

1.- Dada la función: $f(x)=\dfrac{2}{x+3}$.

Determina aplicando la definición (Regla de los 4 pasos) el valor de $f'(-4)$. Interpreta geométricamente el significado de $f'(-4)$. Sol: $f'(-4)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(-4+h)-f(-4)}{h}=-2$

b) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función anterior en el punto de abscisa $x=-4$.. Sol: $y=-2x-10$

a)

2.- Aplicando las reglas de derivación determina la función derivada correspondiente a las funciones, Da el resultado operado y simplificado:

a) $y=\left(\dfrac{x^2+1}{x^2}\right)^{e^{x^3-2}}$ Sol: $y'=\left(\dfrac{x^2+1}{x^2}\right)^{e^{x^3-2}}\left\{e^{x^3-2}\cdot 3x^2\cdot\left[Ln\left(x^2+1\right)-2Ln\,x\right]+e^{x^3-2}\left(\dfrac{2x}{x^2+1}-\dfrac{2}{x}\right)\right\}$

b) $y=4\cdot\left(1+Tg^2\dfrac{x}{4}\right)^3$ Sol: $y'=6\cdot\left(1+Tg^2\dfrac{x}{4}\right)^3\cdot Tg\dfrac{x}{4}$

3.- Dada la función: $y=\dfrac{3x^2+12}{(x-2)^2}$ cuyas derivada 1ª y 2ª son, respectivamente: $y'=\dfrac{-12(x+2)}{(x-2)^3}$ $y''=\dfrac{24(x+4)}{(x-2)^4}$. Se te pide:

a) Determina su dominio y cortes con ejes. Sol: $D=R-\{2\}$, Ordenadas: $(0,3)$

$NO\_Hay\_Corte\_Con\_Eje\_De\_Abscisas$

b) Sus asíntotas así como la posición de las mismas respecto a la grafica.

Sol:**<u>Horizontal</u>**: $y=3$ Asíntota horizontal

Estudio de la posición:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3x^2+12}{x^2-4x+4}-3\right)=0^-\rightarrow Debajo$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2+12}{x^2-4x+4}-3\right)=0^+\rightarrow Por\_Encima$$

<u>Vertical</u> $x=2$.

$$\lim_{x\to 2}\frac{3x^2+12}{(x-2)^2}=\left[\frac{24}{0}\right]=\pm\infty\xrightarrow{Posición}\begin{cases}\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x^2+12}{(x-2)^2}=\dfrac{+}{+}=+\infty\\[2ex]\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x^2+12}{(x-2)^2}=\dfrac{+}{+}=+\infty\end{cases}$$

<u>Oblicua:</u> No Hay porque hay horizontal.

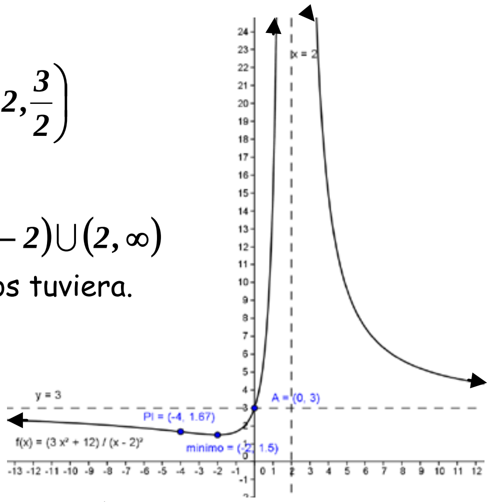
c) Estudia la monotonía y máximo y mínimos relativos.ol: $m\left(-2,\dfrac{3}{2}\right)$

Sol: $\begin{cases}Crece:(-2,3)\\Decrece:(-\infty,-2)\cup(2,\infty)\end{cases}$

d) Estudia su curvatura localizando los puntos de inflexión si los tuviera.

Sol: $\left(-4,\dfrac{5}{3}\right)\rightarrow P.Inflexión$

Sol: $\begin{cases}Cóncava:(-4,2)\cup(2,\infty)\\Convexa:(-\infty,-4)\end{cases}$



e) Con los datos obtenidos , realiza un esbozo de la gráfica de la función propuesta.

4.- Determina la función derivada correspondiente a la función: $y=\left(\sqrt[4]{5x^3}\right)^{e^{5x-4}}$

Sol: $y'=\left(\sqrt[4]{2x^3}\right)^{e^{5x-4}}\cdot e^{5x-4}\cdot\frac{1}{4}\left[5\cdot Ln\left(2x^3\right)+\frac{3}{x}\right]$

5.- Dada la función $y=\frac{x^2}{x-2}$, cuyas primera y segunda derivadas son: $y'=\frac{x^2-4x}{(x-2)^2}$, $y''=\frac{8}{(x-2)^3}$. Dominio y cortes con ejes(2), sus asíntotas(6), crecimientos-extremos(6) y curvatura-puntos de inflexión(4). Realiza un esbozo de la gráfica(2).

Sol: Dominio: $D=R-\{-2\}$

Corte con ejes: Abscisas: $(0,0)$, Ordenadas$(0,0)$:

Asíntotas:

Horizontal: $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2}{x-2}=\pm\infty\to\nexists A.Horizontal$

Vertical: $x=2$

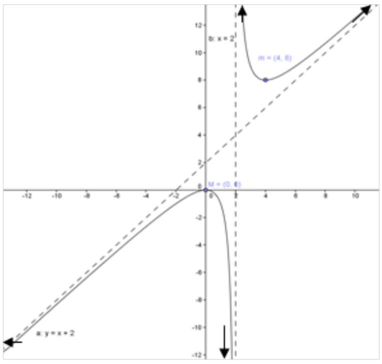
Oblicua: $y=x+2$

Posición:

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(mx+n)\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2}{x-2}-x-2\right]=0^+\to Por\_Enc$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(mx+n)\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{x^2}{x-2}-x-2\right]=0^-\to Por\_Deb$$

Crecimientos: En $(0,0)$ Hay un Máximo y En $(4,8)$,Hay un mínimo. $\begin{cases}Crece:(-\infty,2)\cup(4,\infty)\\ Decrece:(0,2)\cup(2,4)\end{cases}$



Curvatura-P.Inflexión: $\begin{cases}Convexa\cap\to(-\infty,2)\\ Cóncava\cup\to(2,\infty)\end{cases}$

En $x=2$, no hay punto de inflexión porque no hay función.

6.- Dada la función $y=\frac{x}{x^2-1}$: . Se te pide:

a) Sus asíntotas (posiciona la gráfica y las asíntotas).

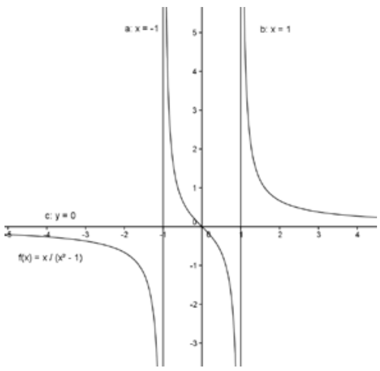
$y=0\to$ Asíntota Horizontal.

A. Vertical: $x=\pm1\to$ Asíntotas Verticales

A. Oblicua: No hay porque hay horizontal.

b) Estudia su monotonía (crecimientos y en su caso los máximos y mínimos relativos).

Sol: $Decrece:(-\infty,-1)\cup(-1,1)(1,\infty)$. No hay Máximos ni mínimos



c) Si $y''=\frac{2x(x^2+3)}{(x^2-1)^3}$ Estudia su curvatura y en su caso sus puntos de inflexión. Sol: $\begin{cases}Convexa\ \cap\to(-\infty,-1)\cup(0,1)\\ Cóncava\ \cup\to(-1,0)\cup(1,\infty)\end{cases}$. En

$$x=0\to y=\frac{0}{0^2-1}=0\to P.I.(0,0)$$

7.- a) Concepto e interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto de abscisa $x = a$.

b) Dada la función: $f(x) = x^2 + 2x + 1$. Determina aplicando la definición (Regla de los 4 pasos) su función derivada. Sol: $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 2x + 2$

c) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función anterior en el punto de abscisa $x = -1$.. Sol: $y = 0$

8.- Aplicando las reglas de derivación determina la función derivada correspondiente a las funciones, Da el resultado operado y simplificado:

a) $y = \left(x^2 + 3x\right)^{e^{2x} + e^{-2x}}$ Sol: $y' = \left(x^2 + 3x\right)^{e^{2x} + e^{-2x}} \cdot \left\{\left(2e^{2x} - 2e^{-2x}\right) Ln\left|x^2 + 3x\right| + \left(e^{2x} + e^{-2x}\right) \cdot \frac{2x + 3}{x^2 + 3x}\right\}$

b) $y = ArcSen \frac{2x}{1 - x^2}$ Sol: $y' = \frac{2x^2 + 2}{\left(1 - x^2\right)\sqrt{x^4 - 6x^2 + 1}}$

9.- Dada la función: $y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$ cuyas derivada 1ª y 2ª son, respectivamente: $y' = \frac{x^2(x-3)}{(x-1)^3}$ $y'' = \frac{6x}{(x-1)^4}$. Se te pide:

a) Determina su dominio y cortes con ejes. Sol: $D = R - \{1\}$; $P(0,0)$

b) Sus asíntotas así como la posición de las mismas respecto a la grafica. Sol:

<u>Horizonta</u>l: No hay porque el límite en el infinito es infinito, además el grado del numerador es mayor que el del denominador.

<u>Vertical</u>: $x = 1$.

<u>Oblicua</u>: $y = x + 2 \xrightarrow{Posicion}$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3x + 2}{(x-1)^2} = \frac{-}{+} = 0^- \to Por\_debajo$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x + 2}{(x-1)^2} = \frac{+}{+} = 0^+ \to Por\_encima$$

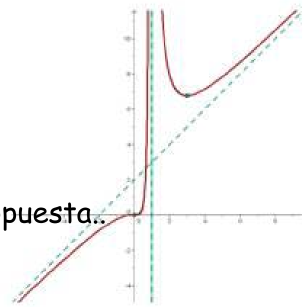
a) Estudia la monotonía, máximos y mínimos relativos.

Sol: $\begin{cases} Crece: (-\infty,0) \cup (3,\infty) \\ Decrece: (1,3) \end{cases}$ Existe un mínimo en $x = 3 \to y = \frac{27}{4} \to m\left(3, \frac{27}{4}\right)$. En $x = 0$. No hay ni máximos ni mínimos porque no cambia el crecimiento.

b) Estudia su curvatura localizando los puntos de inflexión si los tuviera.

Sol: $\begin{cases} Covexa: (-\infty,0) \\ Cocava: (0,1) \cup (1,\infty) \end{cases}$

En $x = 0 \to y = 0 \to (0,0) P.Inflexión$



c) Con los datos obtenidos realiza un esbozo de la gráfica de la función propuesta..

10.- Dada la función: $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

a) Determina aplicando la definición (Regla de los 4 pasos) el valor de $f'(-2)$. Interpreta geométricamente el significado de $f'(-2)$. Sol: $f'(-2)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(-2+h)-f(h)}{h}=\dfrac{-1}{4}$

b) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función anterior en el punto de abscisa $x=-2$. Sol: $y=-\dfrac{1}{4}x-1$

11.- Aplicando las reglas de derivación determina la función derivada correspondiente a las funciones, Da el resultado operado y simplificado:

a) $y=\left(e^{2x}+e^{-2x}\right)^{x^2+3x}$ Sol: $y'=\left(e^{2x}+e^{-2x}\right)^{x^2+3x}\left[(2x+3)\cdot Ln\left(e^{2x}+e^{-2x}\right)+\left(x^2+3x\right)\dfrac{2\left(e^{2x}-e^{-2x}\right)}{e^{2x}+e^{-2x}}\right]$

b) $y=Arctg\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$ Sol: $y'=\dfrac{-2x}{1+x^4}$

12.- Dada la función: $y=\dfrac{9(x-1)^2}{x^2}$ cuyas derivada 1ª y 2ª son, respectivamente: $y'=\dfrac{18(x-1)}{x^3}$ $y''=\dfrac{18(3-2x)}{x^4}$. Se te pide:

a) Determina su dominio y cortes con ejes. Sol: $D=R-\{0\}$, $P(1,0)$

b) Sus asíntotas así como la posición de las mismas respecto a la grafica. Sol:

Horizontal: $y=9$
$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-18x+9}{x^2}=\frac{+}{+}=0^+\to Por\_encima$$
$$\lim_{x\to\infty}\frac{-18x+9}{x^2}=\frac{-}{+}=0^-\to Por\_debajo$$

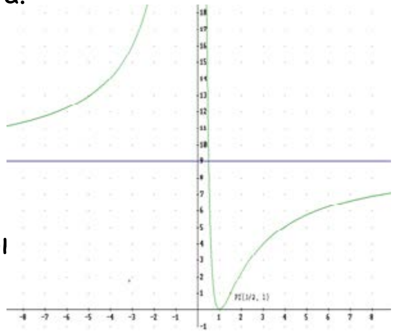
Vertical: $x=0$.

c) Estudia la monotonía y máximo y mínimos relativos. Sol: $\begin{cases}Crece:(-\infty,0)\cup(1,\infty)\\ Decrece:(0,1)\end{cases}$

Presenta un mínimo en: $x=1\to y=0\to m(1,0)$

d) Estudia su curvatura localizando los puntos de inflexión si los tuviera.

Sol: $\begin{cases}Concava:(-\infty,0)\cup(0,3/2)\\ Convexa:(3/2,\infty)\end{cases}$ En $x=\dfrac{3}{2}\to y=1\to\left(\dfrac{3}{2},1\right)P.Inflexión$



e) Con los datos obtenidos, realiza un esbozo de la gráfica de la funció

13.-Determina y simplifica la función derivada de: $y=\left[Cos\left(5x^2\right)\right]^{e^{3x}}$

Sol: $y'=\left[Cos\left(5x^2\right)\right]^{e^{3x}}\cdot e^{3x}\left[3\cdot Ln\left|Cos\left(5x^2\right)\right|-10x\cdot Tag\left(5x^2\right)\right]$

14.- Dada la función $y=\frac{x+1}{x^2}$, cuyas primera y segunda derivadas son: $y'=\frac{-x-2}{x^3}$, $y''=\frac{2x+6}{x^4}$. Estudia cortes con ejes, sus asíntotas, crecimientos-extremos y curvatura-puntos de inflexión. Realiza un esbozo de la gráfica. Sol: $(-1,0)$

Asíntotas:

Horizontal: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x+1}{x^2}=0\to\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{x^2}=\frac{-}{+}=0^-\to Por\_debajo\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{x^2}=\frac{+}{+}=0^+\to Por\_Encima\end{cases}$, y=0

Vertical: $\lim\limits_{x\to0}\frac{x+1}{x^2}=\pm\infty\to\begin{cases}\lim\limits_{x\to0^-}\frac{x+1}{x^2}=\frac{+}{+}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to0^+}\frac{x+1}{x^2}=\frac{+}{+}=+\infty\end{cases}\to x=0$

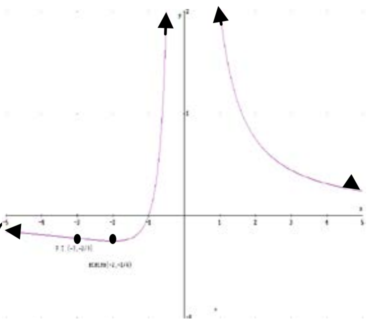
Crecimientos-extremos:

$\begin{cases}Decrece:(-\infty,-2)\cup(0,\infty)\\ Crece:(-2,0)\end{cases}$. En $x=-2\to y=\frac{-2+1}{(-2)^2}=\frac{-1}{4}\to\left(-2,-\frac{1}{4}\right)$ Hay un mínimo.

En $x=0$, no hay extremo porque no hay función.

Curvatura-P.Inflexión: $\begin{cases}Convexa\cap\to(-\infty,-3)\\ Cóncava\cup\to(-3,0)\cup(0,\infty)\end{cases}$

En $x=-3\to y=\frac{-3+1}{(-3)^2}=\frac{-2}{9}\to\left(-3,\frac{-2}{9}\right)\to$ Hay un punto de inflexión



En $x=0$, no hay punto de inflexión porque no hay función.

15.- Dada la función $y=\frac{(x+2)^2}{x^2}$: . Se te pide:

a) Determina el dominio, cortes con ejes. Sol: $(-2,0)$

b) Sus asíntotas (posiciona la gráfica y las asíntotas).

Asíntota horizontal: $y=1$, $\xrightarrow{Posición}\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4x+4}{x^2}=\frac{-}{+}=0^-\_Por\_Debajo\\ \lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x+4}{x^2}=\frac{+}{+}=0^+\_Por\_Encima\end{cases}$

Asíntota vertical: x=0,

$$\lim_{x\to0}\frac{(x+2)^2}{x^2}=\left[\frac{4}{0}\right]=\pm\infty\xrightarrow{Posición}\begin{cases}\lim\limits_{x\to0^-}\frac{(x+2)^2}{x^2}=\frac{+}{+}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to0^+}\frac{(x+2)^2}{x^2}=\frac{+}{+}=+\infty\end{cases}$$

Asíntota oblicua: No hay por haber horizontal.

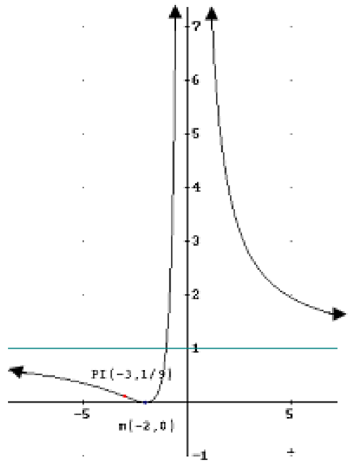
c) Halla la primera derivada de la función propuesta, operada y simplificada. Sol: $y'=\frac{-4(x+2)}{x^3}$

d) Si $y'=\dfrac{-4(x+2)}{x^3}$.Estudia su monotonía (crecimientos y en su caso los máximos y mínimos).

Sol: $\left.\begin{array}{l}Decrece:(-\infty,-2)\cup(0,\infty)\\ Crece:(-2,0)\end{array}\right\}mínimo(-2,0)$

e) Si $y''=\dfrac{8(x+3)}{x^4}$ Estudia su curvatura y en su caso sus puntos de inflexión.Sol: $\left\{\begin{array}{l}Convexa\cap\rightarrow(-\infty,-3)\cup(0,\infty)\\ Cóncava\cup\rightarrow(-3,0)\end{array}\right\}\rightarrow PI\left(-3,\dfrac{1}{9}\right)$

f) Esboza la gráfica correspondiente a la función.



16.- Dada la función: $f(x)=3x^2-2x$.

a) Determina aplicando la definición el valor de $f'(2)$. Interpreta geométricamente el significado de $f'(2)$. Sol: $f'(2)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=10$

b) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función anterior en el punto de abscisa 2. Sol: $y=10x-12$

17.- Aplicando las reglas de derivación determina la función derivada correspondiente a las funciones:

a) $y=\left(\dfrac{Sen\,2x}{e^{-x}}\right)^{x^2}$ Sol: $y'=\left(\dfrac{Sen\,2x}{e^{-x}}\right)^{x^2}\left\{2x\left[Ln(Sen\,2x)+x\right]+x^2\left(\dfrac{2.\cos 2x}{sen 2x}+1\right)\right\}$

b) $y=\dfrac{3x+1}{(2x-1)^3}$ Sol: $y'=\dfrac{-12x-9}{(2x-1)^4}$

18.- Los beneficios que obtiene una empresa vienen dados por la expresión: $B=-x^3+9x^2-15x-10$, donde: $\left\{\begin{array}{l}B\rightarrow Beneficio\ en\ millones\ de\ €\\ x\rightarrow miles\ de\ unidades\ producidas\end{array}\right.$. Se te pide:

a) Estudio el crecimiento de los beneficios en el dominio contextual de la función.

Sol: $\left\{\begin{array}{l}Decrece:(0,1)\cup(5,\infty)\\ Crece:(1,5)\end{array}\right.$

b) Determina máximos y mínimos,relativos, correspondientes a dicha función, es decir los beneficios máximos y mínimos.

En: $x=1\rightarrow B=-17\rightarrow$ ***Mínimo*** Hay unas pérdidas de 17 millones de €

En: $x=5\rightarrow B=15\rightarrow$ ***Máximo*** Hay unos beneficios de 15 millones de

19.- Dada la función: $y=\dfrac{x^2+2x+4}{x+2}$ cuyas derivada 1ª y 2ª son, respectivamente: $y'=\dfrac{x^2+4x}{(x+2)^2}$ $y''=\dfrac{8}{(x+2)^3}$. Se te pide:

a) Determina su dominio, cortes con ejes y sus asíntotas así como la posición de las mismas respecto a la grafica. Sol: $D=R-\{-2\}$, $P(0,2)$

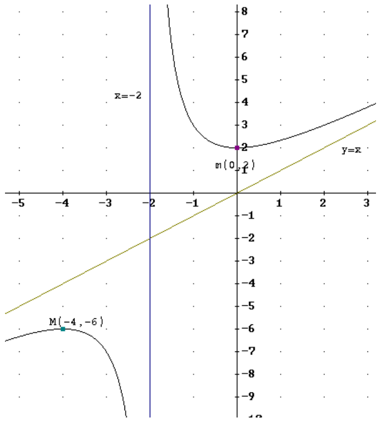
Horizontal: No hay porque el límite en el infinito es infinito, además el grado del numerador es mayor que el del denominador.

Vertical: x=-2. $\lim_{x\to -2}\frac{x^2+2x+4}{x+2}=\left[\frac{4}{0}\right]=\mp\infty \xrightarrow{\text{Posición}} \begin{cases}\lim_{x\to -2^-}\frac{x^2+2x+4}{x+2}=\frac{+}{-}=-\infty\\ \lim_{x\to -2^+}\frac{x^2+2x+4}{x+2}=\frac{+}{+}=\infty\end{cases}$

Oblicua: la hay porque el grado del numerador es una unidad mayor que el denominador, y será de la forma: $y=mx+n \xrightarrow{\text{donde}} \begin{cases} m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}\\ m=\lim_{x\to\infty}[f(x)-mx]\end{cases}$; $y=x$

Posición: Efectuamos la división:

$$\begin{cases}\lim_{x\to -\infty}\frac{4}{x+2}=\frac{+}{-}=0^- \to Por\_debajo\\ \lim_{x\to \infty}\frac{4}{x+2}=\frac{+}{-}=0 \to Por\_encima\end{cases}$$



b) Estudia su curvatura localizando los puntos de inflexión si los tuviera.

Sol: $\begin{cases}Convexa \cap \to (-\infty,-2)\\ Concava \cap \to (-2,\infty)\end{cases}$ No hay P.I.

c) Con los datos obtenidos y teniendo en cuenta que dicha función presenta un máximo, relativo, en el punto $M(-4,-6)$ y un mínimo relativo en el punto $m(0,2)$, realiza un esbozo de la gráfica de la función propuesta.

20.- Determina y simplifica la función derivada de: $y=Cos(2x)\cdot Ln\frac{x^3}{\sqrt{x+1}}$

$$y'=2\cdot Sen(2x)\left(Ln\frac{x^3}{\sqrt{x+1}}\right)+Cos(2x)\left(\frac{5x+6}{2x(x+1)}\right)$$

21.- Dada la función $y=\frac{2x^2}{x+2}$. Estudia cortes con ejes, sus asíntotas, crecimientos-extremos. Realiza un esbozo de la gráfica. Sol: $(0,0)$

Asíntotas:

Horizontal: No hay asintota horizontal porque debe dar un número finito.

Vertical: $\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to -2^-}\frac{2x^2}{x+2}=\frac{+}{-}=-\infty\\ \lim_{x\to -2^+}\frac{2x^2}{x+2}=\frac{+}{+}=\frac{+}{+}=+\infty\end{array}\right\} \to x=-2$ es una asíntota vertical

Oblicua: será de la forma: $y=2x-4$, Posición: $\begin{cases}\lim_{x\to -\infty}\frac{8}{x+2}=0^- \to Por\_debajo\\ \lim_{x\to \infty}\frac{8}{x+2}=0^+ \to Por\_Encima\end{cases}$

Crecimientos: Sol: $\left.\begin{array}{l}(-\infty,-4)\rightarrow Crece\\(-4,-2)\rightarrow Decrece\end{array}\right\}x=-4\_Máximo$
$\left.\begin{array}{l}(-2,0)\rightarrow Decrece\\(0,\infty)\rightarrow Crece\end{array}\right\}x=0\_mínimo$

Máximo: $M(.4,-16)$ Mínimo: $m(.0,0)$

22.- Dada la función $y=\dfrac{x^2}{(x+2)^2}$. Se te pide:

a) Determina el dominio y sus asíntotas (posiciona la gráfica y las asíntotas).
$D=R-\{-2\}$;

Asíntotas:

Horizontal: $y=1$. Posición: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-4x-4}{(x+2)^2}=\dfrac{+}{+}=0^+\_Por\_Encima\\ \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-4x-4}{(x+2)^2}=\dfrac{-}{+}=0^-\_Por\_Debajo\end{cases}$

Vertical:

$$\lim_{x\to-2}\frac{x^2}{(x+2)^2}=\left[\frac{4}{0}\right]=\pm\infty\xrightarrow{Posición}\begin{cases}\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{x^2}{(x+2)^2}=\dfrac{+}{+}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{x^2}{(x+2)^2}=\dfrac{+}{+}=+\infty\end{cases}\rightarrow x=-2 \text{ es Asíntota vertical}$$

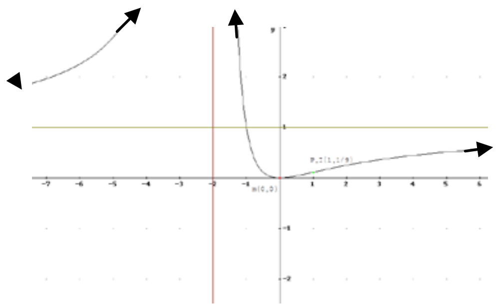
Oblicua: No hay porque hay horizontal

b) Estudia su monotonía (crecimientos y en su caso los máximos y mínimos).
Sol:

$(-\infty,-2)\rightarrow Crece$
$\left.\begin{array}{l}(-2,0)\rightarrow Decrece\\(0,\infty)\rightarrow Crece\end{array}\right\}x=0\rightarrow mínimo$

mínimo: $x=0\rightarrow y=\dfrac{0^2}{(0+2)^2}=0\rightarrow m(0,0)$

c) Estudia su curvatura y localiza su punto de inflexión sabiendo que $y''=\dfrac{8(1-x)}{(x+2)^4}$.



$(-\infty,-2)\rightarrow Cóncava\cup$

Sol: $\left.\begin{array}{l}(-2,1)\rightarrow Cóncava\cup\\(1,\infty)\rightarrow Convexa\cap\end{array}\right\}x=1\rightarrow P.Inflexión$

P.Inflexión: $x=1\rightarrow y=\dfrac{1^2}{(1+2)^2}=\dfrac{1}{9}\rightarrow m\left(1,\dfrac{1}{9}\right)$

a) Esboza la gráfica.

23.- Determina todas la asíntotas de la función $y=\dfrac{2x^2+1}{x+1}$. Indica la posición de la gráfica de la función respecto de dichas asíntotas y representa gráficamente dicha posición.

24.- Dada la función $f(x)=3x-x^2$. Se te pide:

a) Calcula, aplicando la definición de derivada de una función en un punto, el valor de $f'(1)$ e interpreta geométricamente el resultado obtenido.

b) Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función que es paralela a la recta $r\equiv 15x+3y-2=0$

25.- Obtén la función derivada de las siguientes funciones:

a) $y=\left(\dfrac{e^{2x}}{x^3}\right)^{Sen\,3x}$ b) $y=\left(Arctg\,x^2-\dfrac{2}{x^3}\right)^4$

26.- De todos los rectángulos que tienen por perímetro 20cm determina las dimensiones del que tiene la diagonal mínima. Determina el valor de dicha diagonal.

27.- Representa gráficamente la función $f(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x}$, estudiando previamente:

a) Cortes con los ejes y asíntotas.

b) Crecimiento y extremos.

c) Curvatura y puntos de inflexión.

28.- Una huerta tiene actualmente 25 árboles, que producen 600 frutos cada uno. Se calcula que por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos. Calcular:

a). La producción actual de la huerta.

b). La producción que se obtendría de cada árbol si se plantan x árboles más.

c) La producción a la que ascendería el total de la huerta si se plantan x árboles más.

d). ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para qué la producción sea máxima? ¿Cuál será dicha producción.

29.- Dada la función $y=\dfrac{1-x^2}{2x}$. Estudia cortes con ejes, sus asíntotas, crecimientos-extremos y su curvatura localizando, si los hubiera los puntos de inflexión. Realiza un esbozo de la gráfica.

30.- De la función $y=x^3-ax^2-bx+c$ sabemos que pasa por el punto $A(0,6)$, la recta tangente a la gráfica en el punto de abscisa $x=-2$ es paralela a la recta $r\equiv 8x+y-5=0$ y tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa $x=3$. Determina los valores que deberán tomar los parámetros de dicha función.

31.- Dada la función $y=\dfrac{x}{(x-1)^2}$. Se te pide:

a) Determina el dominio y sus asíntotas (posiciona la gráfica y las asíntotas).

b) Estudia su monotonía (crecimientos y en su caso los máximos y mínimos).

c) Estudia su concavidad y puntos de inflexión.

32.- Dada la función: $y=\dfrac{x^3-9x}{x^2-2x-3}$. Determina sus asíntotas, así como la posición de las mismas respecto a la gráfica de la función. Representa gráficamente los resultados obtenidos.

33.-

a) Concepto e interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto

b) Aplicando la definición (regla de los 4 pasos), determina la función derivada correspondiente a $y=(2x-1)^2$ Calcula el valor de $y'(-1)$ e indica la información suministrada por los resultados obtenidos.

34.- Dos líneas férreas se cortan perpendicularmente. Por cada una de ellas avanza una locomotora (de longitud despreciable) , dirigiéndose ambas hacia el punto de corte. Si sus velocidades son de 60 Km/h y 120 Km/h respectivamente, y han salido a la vez de estaciones situadas a 40 y 30 Km del punto de corte. Se te pide:

a) Si llamamos "t" al tiempo transcurrido desde que salieron de su respectiva estación. Determina la expresión que te permite calcular la distancia a la que se encuentran dichas locomotoras en cada instante.

b) Si dicha distancia viene dada por la expresión $D=\sqrt{(40-60t)^2+(30-120t)^2}$, ¿En qué instante es mínima dicha distancia?. Determina dicha distancia mínima

35.-Determina los valores que deberán tomar los parámetros de la función: $y=\dfrac{ax}{x^2+b}$ para que la recta tangente a la gráfica de su función en el punto $P\left(-1,\dfrac{-1}{2}\right)$ sea horizontal.

36.- Dada la función $y=\dfrac{x^2}{(x-2)^2}$. Determina sus asíntotas y estudia su curvatura localizando, si los hubiera los puntos de inflexión.

37.- Dadas las funciones: $y_1=Ln\sqrt{\left(\dfrac{2x-3}{x}\right)^3}$, $y_2=x^{1-x}$, Calcula sus funciones derivadas.

38.- Dada la función $y=ax^2+4x-5$.

b_1) Calcula el valor de "a" para que dicha función tenga un máximo en x=1.

b_2) Para $a=-2$, determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica en x=-2.

39.- Dada la función $y=\dfrac{x^2}{x-3}$. Determina:

a) Las ecuaciones de las asíntotas y sus posiciones respecto a la gráfica.

b) Monotonía (crecimientos) y localiza los máximos/mínimos si los hubiera.